

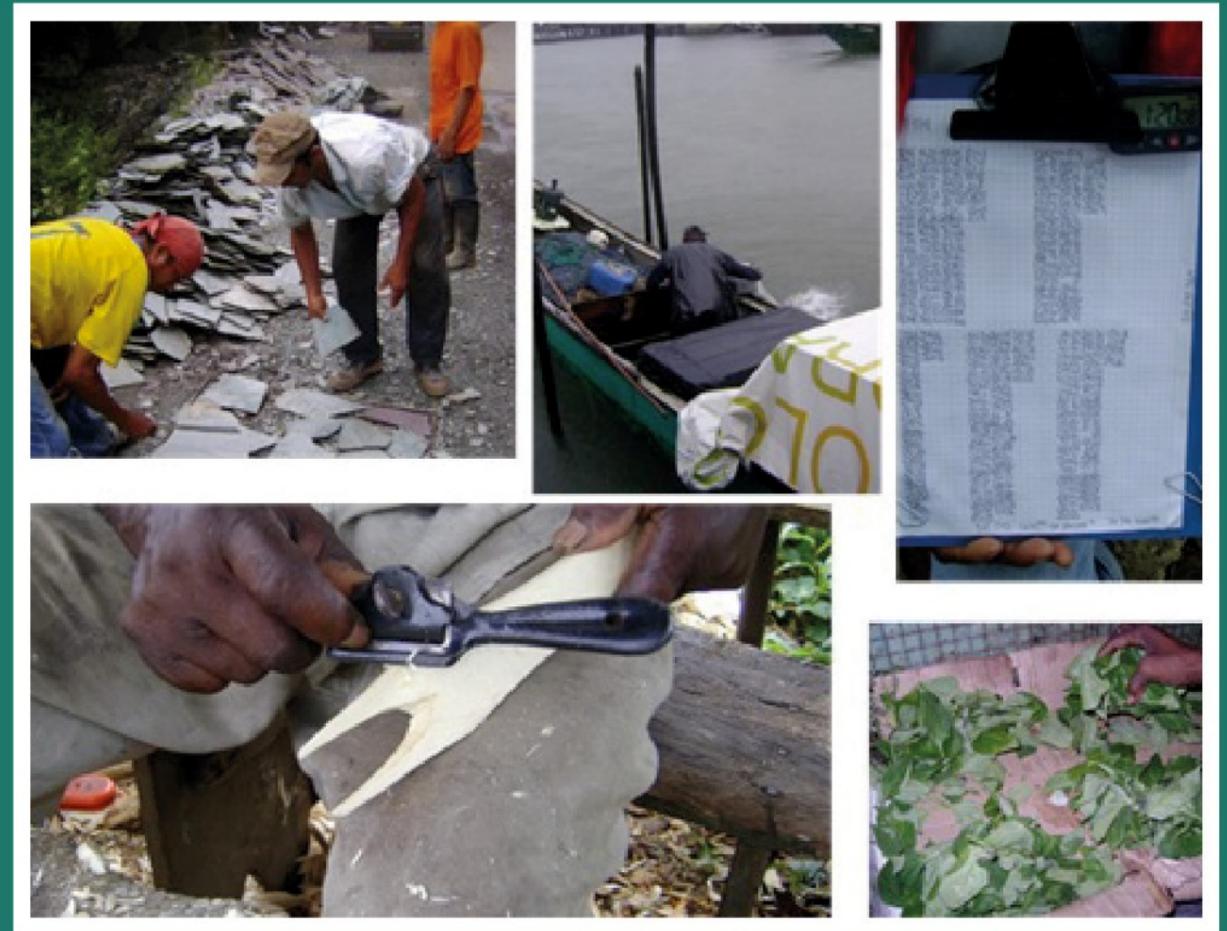
Matemáticas de orden social

Este libro tiene el foco en las tensiones que se producen entre el desarrollo socioeconómico del país y las etnomatemáticas empleadas en algunas actividades informales de supervivencia de las personas y cuyo producto está sujeto a procesos de transacción económica, es decir, el producto de la actividad se comercializa. A medida que se va describiendo la práctica artesanal u oficio y la matemática que han desarrollado históricamente se van presentando las tensiones de dicha práctica con fenómenos de desarrollo socioeconómicos del país, sea de nivel nacional o regional.

Este libro es un ejemplo más de cómo las matemáticas son un producto cultural. Las matemáticas son inherentes al pensamiento del ser humano y no solo reposan en textos escolares, tienen vida en las realidades. Las matemáticas son desarrolladas en diversos contextos, como por ejemplo en las prácticas artesanales u oficios indistintamente del grado de escolaridad de las personas y ellas están ligadas íntimamente a procesos de permanencia y transcendencia de las personas o comunidades que a su vez están tensionadas por el mismo desarrollo socioeconómico del país.

Matemáticas de orden social

Armando Aroca Araújo



Escanee el código QR para conocer
más títulos publicados por el Sello
Editorial Universidad del Atlántico



ISBN 978-958-5525-65-8



9 789585 525658

Matemáticas de Orden Social:

Tensión entre las etnomatemáticas
y cambios socioeconómicos del país



Matemáticas de Orden Social:

Tensión entre las etnomatemáticas
y cambios socioeconómicos del país

Armando Aroca Araújo

Catalogación en la publicación. Universidad del Atlántico. Departamento de Bibliotecas

Aroca Araújo, Armando. Matemáticas de orden social: tensión entre las etnomatemáticas y cambios socioeconómicos del país / Armando Aroca Araújo. -- Barranquilla: Sello Editorial Universidad del Atlántico, 2018.

153 páginas. 17 x 24 Centímetros. Ilustraciones. Incluye bibliografía.

ISBN 978-958-5525-65-8 (Libro descargable PDF)

1. Matemáticas – Enseñanza -- Etnomatemáticas 2. Etnomatemáticas – Valle del Cauca (Colombia) 3. Matemáticas --Educación. – I. Aroca Araújo, Armando.– III. Tit..

CDD: 510.07 A769

MATEMÁTICAS DE ORDEN SOCIAL: TENSIÓN ENTRE LAS ETNOMATEMÁTICAS Y CAMBIOS SOCIOECONÓMICOS DEL PAÍS

Armando Aroca Araújo

Edición:

© Sello Editorial Universidad del Atlántico
Km 7 Vía Puerto Colombia (Atlántico)
www.uniatlantico.edu.co
publicaciones@mail.uniatlantico.edu.co

Producción editorial:

Calidad Gráfica S.A.
Av. Circunvalar Calle 110 No. 6QSN-522
PBX: 386 0002
lsalcedo@calidadgrafica.com.co

Barranquilla, Colombia

Publicación electrónica
Barranquilla (Colombia), 2018

Nota legal: Reservados todos los derechos. No se permite la reproducción total o parcial de esta obra, ni su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio (electrónico, mecánico, fotocopia, grabación u otros medios conocidos o por conocerse) sin autorización previa y por escrito de los titulares de los derechos patrimoniales. La infracción de dichos derechos puede constituir un delito contra la propiedad intelectual. La responsabilidad del contenido de este texto corresponde a sus autores.

Depósito legal según Ley 44 de 1993, Decreto 460 del 16 de marzo de 1995, Decreto 2150 de 1995 y Decreto 358 de 2000.

Cómo citar este libro:

Aroca Araújo, A. (2018). *Matemáticas de orden social: Tensión entre las etnomatemáticas y cambios socioeconómicos del país*. Barranquilla: Editorial Universidad del Atlántico

A Fiorella y Abraham.

Contenido

Dedicatoria	5
Prólogo.....	15
CAPÍTULO I	
¿Cómo el desarrollo socioeconómico de un país puede afectar las etnomatemáticas?	17
<i>Detalles metodológicos en cada una de las actividades...</i>	26
CAPÍTULO II	
El sistema de comunicación numérica gestual en la calibración del tiempo de buses y la tensión con el transporte masivo	33
<i>El problema social que amenaza la actividad.....</i>	34
<i>Desarrollo de la actividad</i>	36
<i>Datos sobre la calibración</i>	41
<i>La comunicación numérica gestual y el registro escrito en las planillas</i>	42
<i>¿Cómo el desarrollo económico local puede conllevar a nuevas representaciones de la suma o la resta?.....</i>	52

CAPÍTULO III

Medidas y unidades de medidas en la extracción de la venta de piedra-tablón y la tensión con la Ruta del Sol.....	61
<i>Medidas y unidades de medidas de los mineros de la piedra-tablón en las tensiones con la Ruta del Sol...</i>	77

CAPÍTULO IV

Modelación en los diseños en madera. Tensiones con la Ruta del Sol y la deforestación	87
<i>Factores que inciden en la configuración de la forma.....</i>	89
<i>Modelación e historia de vida</i>	89
<i>Desde el árbol, troncos sin formas hasta el modelo visible.....</i>	91
<i>El papel de las herramientas en el desarrollo de las formas, ¿cuáles se usan más o menos en las tensiones socioeconómicas?</i>	98
<i>Formas mentales y formas visibles. Moldes, recipientes o utensilios.....</i>	105
<i>Elaboración de un tenedor de dos uñas</i>	107
<i>La amenaza a la actividad del tallado de madera</i>	111

CAPÍTULO V

Estimación en la venta de yerbas medicinales y enigmáticas y su tensión con los incrementos del precio de la gasolina	113
<i>Tipos de plantas y efectos.....</i>	114
<i>Estimaciones y medidas comerciales de plantas medicinales y enigmáticas y tensiones socioeconómicas</i>	115
<i>El envuelto</i>	124

CAPÍTULO VI

Orientación témporo-espacial en la pesca artesanal marina y tensiones con las rutas de los barcos y rutas turísticas de lanchas	129
<i>La actividad de la pesca</i>	130
<i>La codificación témporo-espacial del mar</i>	130
<i>El concepto de distancia: Una percepción tridimensional alterada por las tensiones socioeconómicas</i>	134
<i>Referentes naturales y artificiales en las representaciones témporo-espaciales de orientación para pescar.....</i>	138
<i>La paradoja que le imprime la tensión socioeconómica a la pesca artesanal.....</i>	141

CAPÍTULO VII

Termina el viaje etnomatemático.....	143
Bibliografía	145
Acerca del autor	153

Lista de Figuras

Figura 1.	Recorrido de un viaje etnomatemático en el Valle del Cauca, Colombia	26
Figura 2.	Una planilla de un calibrador donde se anotan, el número de la empresa, el número de la ruta y el tiempo en el que pasa la buseta	33
Figura 3.	Jhon tomando los datos de una ruta de una empresa de transporte público.....	34
Figura 4.	Samuel da la información a un chofer y recibe unas monedas	35
Figura 5.	Algunas planillas empleadas en la actividad de la calibración del tiempo en el transporte urbano de Cali.....	39
Figura 6.	Representaciones de los minutos uno hasta el minuto cinco.....	45
Figura 7.	Representaciones del minuto seis hasta el minuto diez	46
Figura 8.	Representaciones del tiempo de diferencia del minuto seis hasta el minuto quince	48

Figura 9.	Descripción de las columnas de una planilla de un calibrador. A tres columnas: Número del buseta, tiempo y diferencia	49
Figura 10.	Descripción de las columnas de una planilla de un calibrador. El más popular. A dos columnas escritas; la tercera es mental.....	49
Figura 11.	Solo se muestran una de las cuatro páginas, en tamaño carta vertical. Al lado de la planilla, un <i>zoom</i> de una parte	50
Figura 12.	Otras alternativas de ordenar la diferencia de tiempos.....	59
Figura 13.	Foto ganadora en el Concurso de Fotografía “Matemáticas en el contexto” en el marco de la 28 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, RELME 28. Barranquilla, 2014.....	61
Figura 14.	Frentes de trabajo abandonados	62
Figura 15.	Fragmentos del recorrido hasta uno de los frentes de trabajo.....	63
Figura 16.	Mostrando la veta de piedra verde	64
Figura 17.	Colores de la piedra-tablón	65
Figura 18.	Diversos colores en los frentes de trabajo.....	66
Figura 19.	Las herramientas de trabajo.....	67
Figura 20.	Mineros llegando al punto de corte en la montaña	68
Figura 21.	Mineros haciendo cortes en la montaña y extrayendo bloques	69

Figura 22.	Un arrume de bloques de piedra-tablón.....	70
Figura 23.	Mostrando un bloque mediano	71
Figura 24.	Algunas medidas empleadas para la clasificación de la laja.....	71
Figura 25.	Proceso de extracción de una astilla de piedra-tablón.....	72
Figura 26.	Acomodación de una carga de lajas en una mula.....	73
Figura 27.	Llevando una carga al punto de carga.....	74
Figura 28.	Medición por metro cuadrado o por metro lineal..	75
Figura 29.	Punto de carga de camiones. El cargadero.....	76
Figura 30.	Indicación del espesor de una pulgada en una piedra-tablón.....	82
Figura 32.	Tienda de Santiago a orillas de la carretera la Ruta del Sol	87
Figura 33.	Santiago (izquierda) elaborando un tenedor de una uña. Serafín (derecha), elaborando un mecedor.....	89
Figura 34.	Cortes del tronco para obtener moldes de bateítas. Marcación adversa tomando como referencia la longitud esencial de la forma.....	92
Figura 35.	Otros niveles de abstracción de la batea. Direcciones de cortes hacia adentro.....	95
Figura 36.	Herramientas y funcionalidad con respecto al desarrollo de la forma.....	102
Figura 37.	Herramientas y funcionalidad con respecto al desarrollo de la forma.....	103
Figura 38.	Comparaciones entre preformas básicas y formas. Estados rústicos, moldes y formas acabadas	106

Figura 39.	Elaboración de un tenedor de dos uñas.....	108
Figura 40.	Separando en cuatro partes iguales el poquito de espinaca, por medio del puñao o lo que agarre la mano	113
Figura 41.	Punto de venta de plantas medicinales y enigmáticas en la Galería José Hilario López.....	117
Figura 42.	Comparación de cuatro ata'os diferentes.....	118
Figura 43.	Dos ata'os de dos precios diferentes. Sauco (el ata'o mayor) y toronjil (el ata'o más pequeño)	119
Figura 44.	Dos ataos del mismo precio. Ruda (el más grande) y toronjil (el más pequeño).....	120
Figura 45.	Subdivisión de un ata'o de ruda en otros poquitos	120
Figura 46.	Subdivisión de la espinaca, que no la compran por ata'o sino por bolsa.....	121
Figura 47.	Representación de \$1.000 de espinaca.....	122
Figura 48.	Subdivisión para obtener ganancia.....	122
Figura 49.	Subdivisión mayor para mantener la percepción de compra justa	123
Figura 50.	Envuelto de una porción de manzanilla	124
Figura 51.	Formación de un envuelto con siete yerbas para tratar problemas de colon	125
Figura 52.	Combinatoria de yerbas en un envuelto	125
Figura 53.	Iniciando una pesca de viento y marea con José.....	129
Figura 54.	Inserción del pescador en cuatro dimensiones, temporales y espaciales, que le sirven para su orientación.....	133

Figura 55.	Percepción tridimensional del concepto de distancia marítima a partir de las brazas.....	135
Figura 56.	Ejemplo de varias regiones que podrían representar la misma cantidad de brazas en profundidad.....	136
Figura 57.	Algunas representaciones de las direcciones de los vientos según pescadores de Buenaventura.....	139

Prólogo

¡El presente libro es un viaje! que inicia en las calles de Cali, avanza por la carretera que de Cali conduce a Buenaventura y termina en el mar Pacífico. El autor narra con claridad y sencillez el trabajo de campo que hizo con diversos grupos culturales y el papel que desempeñan las matemáticas en sus labores cotidianas y sociales.

Al utilizar el término *matemáticas de orden social* nos llama la atención sobre las fuertes relaciones invisibles, familiares e inseparables que se tejen entre el saber matemático de un grupo cultural y los problemas sociales que estos viven: desempleo, injusticia, tensiones sociales. Nos enseña unas etnomatemáticas dinámicas, espontáneas, que emergen de la necesidad misma del trabajo, y que en últimas, se convierten en una herramienta indispensable para la supervivencia.

A lo largo de más de cuatro años de trabajo de campo, de observar a personas humildes en sus actividades, y de conversar con ellos, recogió sus saberes, sus quejas, sus motivaciones, y nos los presenta en cinco escalas, por medio de una narrativa muy sensible y cercana. Exploró en la cotidianidad de jóvenes y adultos que trabajan en la calle llevando el tiempo de diferencia de los buses de una misma empresa al pasar por cierto punto de la ciudad, de mineros que trabajan a cielo abierto, artesanos que sustentan sus ingresos de la talla de la madera, yerbateras que conocen los secretos de las plantas y pescadores que reconocen las señales del imponente mar Pacífico.

El autor se esmera en recrear cada uno de los escenarios hasta hacernos sentir allí, con ricas transcripciones de las conversaciones que conservan el acento propio de los vallecaucanos y de la costa Pacífica y unas inmejorables fotografías.

Nos presenta algoritmos novedosos para la suma, patrones de medida como la carga, el ata'o, el envuelto, la braza, el uso del compás para trazar una circunferencia en la madera llamada el cuadro, el uso de "relojes" naturales en el mar, puntos de referencia como las nubes, las olas, entre otros. Saberes que solo se encuentran al escudriñar la cultura y que son legitimados por el uso mismo, y que no se consiguen en enciclopedias sino, como se dice coloquialmente, en la 'universidad de la vida'. Este libro es sin duda, un reconocimiento a los saberes populares que parecen ser tan familiares pero tan desconocidos a la vez.

A lo largo del libro, se reflexiona sobre la relación de dichos saberes extraescolares con el currículo escolar, pensando en su posible entrada al aula de clase, lo que se convierte en un claro mensaje y en un reto para los educadores matemáticos sensibles a los aspectos socioculturales de la educación matemática.

Este libro puede disfrutarse desde la primaria hasta la universidad, e incluso, es un buen material para la formación de maestros de matemáticas en ejercicio. Esto se debe a la riqueza cultural y a las etnomatemáticas que nos brinda.

Aseguro, que al final de esta lectura, el viaje de Cali a Buenaventura nunca volverá a seguir siendo el mismo.

Hilbert Blanco Álvarez¹

2 de diciembre de 2019

San Juan de Pasto, Colombia

1 Doctor en Educación Matemática de la Universidad de Granada-España, Profesor de Tiempo completo de la Universidad de Nariño, Colombia. Editor de la Revista Latinoamericana de Etnomatemática, www.revista.etnomatematica.org. Coordinador de la Red Latinoamericana de Etnomatemáticas.

CAPÍTULO I

¿Cómo el desarrollo socioeconómico de un país puede afectar las etnomatemáticas?

Este libro tiene el foco en las tensiones que se producen entre el desarrollo socioeconómico del país y las etnomatemáticas empleadas en aquellas actividades¹ informales de supervivencia de las personas y cuyo producto está sujeto a procesos de transacción económica, es decir, el producto de la actividad se comercializa. Ya en Aroca (2016a), en un artículo de 40 páginas donde participaron 15 investigadores etnomatemáticos de 7 países, se había planteado de una u otra forma una reflexión teórica sobre las tensiones que tiene el Programa Etnomatemática con la globalización económica y el proyecto neoliberal. En este

1 Según el diccionario en línea, **Actividad** es un concepto que procede del vocablo latino *activitas*. Este término es fruto de la suma de tres componentes claramente diferenciados como son los siguientes:

- "Actus", que puede traducirse como "llevado a cabo".
- "-ivo", que se utiliza para indicar relación activa o pasiva.
- El sufijo "-dad", que se emplea para indicar "calidad".

Si notamos la articulación de estos tres componentes de la palabra actividad, son los que notamos en las labores que escogemos para investigar en etnomatemática. La pesca, la modistería, la elaboración de canastos, el tejido de mochilas, la elaboración de sombreros, ciertos juegos de niños, etc. son actividades que son ejercidas por sujetos, de forma activa, y cuyos productos o resultados son de calidad (trenzados, métodos de cacería, tipos de medidas, estrategias, etc.).

libro se presentarán casos concretos, en los que esas tensiones afectan los saberes matemáticos comunitarios, el conocimiento matemático de los sujetos y que puede conllevar al desarraigo de la actividad.

Según Reyes (2002), existen diferentes teorías de desarrollo económico y social para un país o regiones que tienen las siguientes denominaciones: teoría de la modernización, teoría de la dependencia, teoría de los sistemas mundiales y teoría de la globalización. Teniendo en cuenta estas teorías, se puede inferir que dicho desarrollo se caracteriza por la capacidad de las regiones, de las mismas comunidades o de países para crear riqueza con el propósito de mantener el bienestar económico y social de sus habitantes. Esa sería la responsabilidad ética de un modelo de progreso socioeconómico de un país y no la de un desarrollo insensible al avance histórico de las comunidades o grupos laborales que lo integran. En este libro se pretende evidenciar esa relación por medio de un viaje etnomatemático constituido por cinco escalas. Así, el desarrollo socioeconómico de un país debe también procurar la preservación del saber matemático comunitario y el conocimiento matemático de los sujetos que integran la comunidad y le dan significados a las actividades que la integran.

Contextualicemos lo anterior con una anécdota: en el corregimiento El Naranjo, departamento del Valle del Cauca², existe una de las comunidades de mineros de la piedra-tablón tal vez mejor organizadas y con mayor experiencia en Colombia. A principios de 2012, empecé a visitar esta comunidad, ante la inquietud que tenía por conocerlos al pasar cerca de su caserío cada ocho días cuando viajaba al municipio de Buenaventura, del mismo departamento, a dar clases en el Seminario de Formación en Etnomatemática a profesores en formación de la

2 En este departamento de Colombia, se puede notar como el Tratado de Libre Comercio firmado entre Estados Unidos y Colombia, las banderas de la modernidad y las aplicaciones tecnológicas, están arrasando o desnaturalizando diversas etnomatemáticas que caracterizan a varios grupos laborales, si esto sucede entonces el desarraigo de estos grupos también es un hecho.

Universidad del Valle. Cuando hice el primer contacto con dos mineros, acordamos una fecha para realizar la primera visita formal de investigación, iría con un fotógrafo y un asistente, pues la idea era ir hasta las montañas donde ellos sacaban las piedras y poder experimentar y analizar la actividad. Muchas de las preguntas que llevaba preparadas apuntaban a conocer las formas de pensar, hacer y comunicar sus matemáticas, en particular sobre cómo medían. Sin haber tenido una primera experiencia con ellos, ya tenía pensado qué les iba a preguntar y qué quería encontrar. Metodológicamente gran parte de la literatura etnomatemática enseña formas de “ver”, “separar” y “clasificar”, pues tratamos de hacer una especie de aislamiento de lo que asumimos como matemáticos. Da la impresión que sucede lo mismo cuando un microbiólogo trata de separar el virus o gen causante de una enfermedad. Él lo podrá lograr, pero quien pretenda estudiar el saber matemático comunitario o el conocimiento matemático de los sujetos de dicha comunidad encontrará que esto no es posible aislarlo del contexto socioeconómico³ donde este saber tiene significados⁴. Entonces metodológicamente me encontraba armado en mi trinchera de métodos, técnicas e instrumentos para “aislar” la manera en que ellos medían. Pero a medida que iba preguntando, anotando, obser-

3 En cuanto a la afirmación de D'Ambrosio (1988), cuando cuestiona el hecho de si se puede o no enseñar una etnomatemática, y este concluye que no, estaría haciendo referencia es que no se puede enseñar lo que siente cada miembro del grupo cultural que es afectado por estas tensiones externas. Por ejemplo, cuando disminuyen las compras de la piedra tablón y de cómo esto afecta la familia del minero. Esto jamás lo podrá sentir un estudiante de una institución educativa distinta a las de la comunidad, pero él si podrá valorar y sentir de cómo las matemáticas se desarrollan y se representan de diversas maneras en otros contextos. Y esto es potencialmente pedagógico y escolar. En consecuencia, no es un simple acto de decir cómo cuentan, miden, localizan, juegan, explican y juegan; es más compleja la situación. Porque estas actividades están íntimamente ligadas a los procesos sociales que los afectan o potencializan o mantienen estables durante cierto tiempo, pero jamás constante. O sea, si un grupo cultural mide de alguna forma, esta forma jamás permanece constante, repentina o paulatinamente va cambiando. Y esto es otra de las características de las matemáticas de orden social, el cambio. Sea para desaparecer y no continuar, sea para desaparecer y ser remplazada por otra forma que puede involucrar una nueva práctica, un nuevo saber y una nueva forma de expresarlo, o sea para cambiar técnica o tecnológicamente.

4 Por significado, teniendo en cuenta a Rojas (2015), es necesario primero precisar qué entendemos por sentido, siendo este (asignado a algo, por alguien) como más ligado a lo contextual, a lo específico, teniendo como característica que es “volátil”; mientras que el significado está más ligado a lo global, a la diversidad de contextos (aceptando que todo significado es parcial, y modificado en el tiempo, por las experiencias, por los sistemas de prácticas) y en tal sentido es más estable.

vando y escuchando sobre las formas que los mineros empleaban para medir, estimar, comparar, clasificar y emplear unidades y patrones de medida pude notar una tensión fuerte que era recurrente: ellos no solamente querían darme las respuestas que como investigador de etnomatemáticas quería escuchar o que inducía con la misma pregunta. Por ejemplo, si les preguntaba qué era una “carga” no solamente me respondían qué era, que pesaba tanto, que más o menos cabían tantas piedras-tablón, que dependía del trayecto, de la fuerza de la mula (***Equus asinus***), sino que también una carga costaba alrededor de un precio, que había competencia desleal⁵, que algunos compradores querían poner un precio injusto, que el Consorcio que estaba haciendo la carretera les había enviado la policía antidisturbios porque eran un estorbo, que tenían zozobra total pues creían que los iban a desplazar, etc. Es decir, lo matemático como algo aislado a su forma de vida, preocupaciones, expectativas de vida, sus proyectos de vida, no era posible, pues la información que yo quería escuchar era complementada con factores que afectaban su forma de vivir, su forma de medir, sus posibilidades de vida. Fue aquí cuando entendí la potencia de los recursos metodológicos del Programa Etnomatemática. En las investigaciones en etnomatemática no se trata de imponer las interpretaciones matemáticas del investigador al saber de la comunidad o al conocimiento matemático de cada uno de sus integrantes vinculados a la actividad; no se trata solamente de describir en función de una etnografía. Si la actividad objeto de estudio tiene relaciones económicas, es decir, el producto de la actividad se comercializa, entonces se trata de comprender los modos de resistencia y trascendencia de una o varias prácticas universales del saber matemático comunitario

5 Mientras cavaban túneles en la vía, según algunos mineros, unos ingenieros estaban vendiendo el material que ellos extraían artesanalmente a un precio desleal; que el consorcio que construía el tramo de la Ruta del Sol, que pasaba al lado de ellos y que era la carretera que facilitaría el flujo de la mercancía del Tratado de Libre Comercio entre Colombia-Estados Unidos, les había dicho que tenían que abandonar el sitio e irse para otra parte, y que por ende estaban condenados a abandonar la actividad y de paso se perdería toda una tradición, incluyendo las formas de medir y clasificar que ellos habían desarrollado.

descritas por Bishop (1999), *counting, locating, measuring, designing, playing* y *explaining*, que se desarrollan por las acciones intelectuales de los sujetos, descritas en D'Ambrosio (2012), *observing, comparing, classifying, ordering, measuring, quantifying, inferring*, pero comprendiendo sus significados e impactos relacionados con el desarrollo socioeconómico de la comunidad y del país.

En un principio se pensó que debido a la presión que los mineros estaban recibiendo en el momento, por la militarización de la zona, por la prohibición de seguir picando la montaña en uno de los frentes de trabajo más antiguos, veían en nosotros –los profesores universitarios, los investigadores de la universidad, los etnomatemáticos–, una especie de salvación que con las denuncias, y nuestros actos de escritura de artículos, libros, asesorías y ponencias en congresos podíamos detener lo que les estaba pasando⁶. Tal vez por esto percibí cierta frustración en algunos mineros cuando les preguntaba sobre algo que probablemente para ellos no era –en el momento– lo más relevante. Otros daban la información con gusto pero siempre haciendo énfasis en sus denuncias. En ese sendero de la frustración estaba la impotencia que sentía al conocer dicha realidad, así que siento que al publicar estos resultados de investigación se pueda crear mayor consciencia en los investigadores de Ciencias Sociales, en la misma política de desarrollo del gobierno, cambios en el diseño de problemas por parte de los educadores matemáticos para que se vinculen a la solución de las incertidumbres de las comunidades que están en su entorno o creando consciencia en el aula de clases.

⁶ Sin embargo, fueron algunas cosas las que pudimos hacer por dicha comunidad, en particular, brindarle asesoría al presidente de una de las Asociaciones para que optimizara su página web o blog y desde allí poder hacer una mejor denuncia sobre los hechos. Mostrarle otras opciones de organización y denuncia, así como brindarle la posibilidad de contactar al consultorio jurídico de algunas universidades de Cali para que recibieran asesoría jurídica. Compartimos números de teléfonos móviles y correos electrónicos para estar atentos a cualquier eventualidad. Lamentablemente varias de estas cosas no se llevaron a cabo, pues entendimos que la cultura de la internet no es dinámica para ciertas comunidades, porque la realidad es apremiante y que una sola llamada, por pocos minutos, puede representar el valor de una libra de arroz que es esencial en la canasta familiar.

¿Pero era solo este caso, el de los mineros de la piedra-tablón?, ¿estas tensiones socioeconómicas solo se daban para grupos laborales que dependieran de lo que le brindara la naturaleza y cuyo producto final de la actividad lo comercializan?, ¿las denuncias que manifestaban no afectaban sus formas de pensar matemáticamente?

Desde la ciudad de Cali, capital del Valle del Cauca, tomando la vía al mar hasta Buenaventura y hasta el mar, se desarrollan varias actividades de labor informal, tal como sucede en todas las carreteras de Colombia, y probablemente del mundo, cuyo producto final se comercializa, pueden llegar a ser fruto de la aplicación de las etnomatemáticas. Estas actividades que surgen por la exclusión social o el desempleo; están sometidos continuamente a tensiones sociales, a decisiones económicas de gobiernos locales, regionales o nacionales, las cuales pueden llegar a desarraigar por completo las formas de pensar, hacer y comunicar matemáticas de un grupo laboral, pueden llegar a desarraigar el saber matemático comunitario, y por ende el conocimiento matemático de los sujetos que integran la comunidad.

En un principio se había empleado la palabra *eliminar*, pero esto no es posible. No es posible que a una comunidad o a un sujeto se le elimine el conocimiento matemático desde una presión externa, a no ser que los maten, pero sí es posible el desarraigo del saber comunitario y pensamiento matemáticos, es decir, que pierdan el significado comunitario en un contexto en particular. Incluso se puede llegar a perder el significado, si la tensión socioeconómica produce la inexistencia de la aplicación matemática sobre objetos o actividades concretas que contribuyeron a formar dicho saber. También puede eliminarse el lenguaje y las técnicas, tecnologías o herramientas propias de la actividad laboral, empleadas en los procesos que vinculen el saber matemático comunitario o el conocimiento matemático del sujeto, pues al no existir la actividad, ellos –como sujetos laborales– también desaparecen. Es por ello que es común decir “antes se hacía de esta

forma”. Tal vez aquí se puede entender un poco más lo que el profesor D’Ambrosio (2012) planteó como *acumulación histórica de las prácticas y saberes matemáticos*, pues esta le permite a un grupo laboral crear nuevas etnomatemáticas para resistir y trascender, características esenciales de dicha acumulación. Pero si la actividad desaparece, lo hace también la acumulación histórica.

La actitud encontrada en todos los grupos entrevistados era similar, daban la información sobre lo que yo interpretaba como matemática pero también la complementaban con denuncias. Al final, se pudo comprobar cómo estas tensiones sociales alteraban su saber matemático comunitario y el conocimiento matemático del sujeto de la actividad informal. Y es este proceso lo que se pretende mostrar a lo largo de esta investigación, como también la admirable variedad de recursos matemáticos que desarrollan las comunidades con sus labores informales para resolver los continuos problemas que ellas sufren en el día a día.

Estas tensiones o tensiones sociales tienen la característica de aparecer en momentos imprevistos, o son paulatinas, pero generan transformaciones conceptuales y procedimentales en las comunidades o personas y en las actividades que ejercen. Así que había una tensión en estas actividades analizadas, que se evidenciaba entre el interés de investigar sobre sus etnomatemáticas, “en la obtención de los datos”, y el interés de los sujetos de mostrar las tensiones externas que tenían al momento, asociadas a la actividad. Estas tensiones son las que hemos denominado *matemáticas de orden social*. Si la etnomatemática evidencia las matemáticas como un fenómeno cultural es porque también debe mostrar las tensiones entre el desarrollo del país y las prácticas universales que generan saber matemático comunitario y las acciones intelectuales del pensamiento matemático del sujeto asociadas a ellas.

La tensión descrita afecta comunidades laborales, y en especial las informales, cuando son producidas por un Estado y Gobierno egoístas, insensibles al desarrollo pleno de sus habitantes y en particular de sus comunidades apartadas que tienen que sobrevivir, en su mayoría, de lo que les da la naturaleza o el medio artificial. Lo que brindan regularmente estos Estados o Gobiernos es el abandono y la indiferencia, desnaturalizando así su pensamiento matemático, y por lo tanto sus lógicas. Se puede notar que las etnomatemáticas que se van a presentar, como muchas existentes en el mundo, son el producto de la necesidad de comunidades o familias de sobrevivir, y salirle al paso a la exclusión social de su respectivo Gobierno; más que etnomatemáticas para resistir y trascender, son de lucha por la vida personal, familiar y comunitaria. Son etnomatemáticas incluidas en el desarrollo de actividades ejercidas por personas que no tienen Seguridad Social, es decir, por ser informal o inventada la actividad no genera directamente cotizaciones para una pensión ni mucho menos para el derecho de un servicio digno de salud y bienestar en general.

Se va entonces a presentar este enfoque, es decir, mostrar las etnomatemáticas⁷ asociadas a diversas actividades y las tensiones a las cuales están sometidos por factores externos, que por ahora se pueden clasificar como desarrollo urbano y cambios tecnológicos que tienen efectos directos en las formas de razonar matemáticamente de los

7 Lo que resta en esta presentación es hacer una breve discusión sobre la noción de etnomatemática, que en la actualidad responde al concepto de Programa etnomatemática. Miarka (2011, citando a D'Ambrosio, 2002), plantea lo siguiente en torno a dicho Programa: "Ubiratan D'Ambrosio indica que o principal motivador para um programa de pesquisa em Etnomatemática é a procura pelo entendimento do "saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizada em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações". A lo cual se agregaría y las formas de comunicación. Tal como ha definido D'Ambrosio, las formas de "hacer", no se ve un proceso muy importante como es el de la comunicación. También se pueden consultar otras fuentes bibliográficas que ayudarán a dar una mejor comprensión sobre las etnomatemáticas. Una muestra de estas fuentes podrían ser: Aroca (2008a, 2008b, 2013a, 2016b), Barton (1996, 1999a, 1999b, 2008a), Berger (1993), Bishop (1999), Blanco (2006, 2008a, 2008b), Carraher et al. (1993), D'Ambrosio (1985b, 1993, 2002, 2004, 2012), Jaramillo (2011), Knijnik (1999, 2006), Monteiro (2002, 2004), entre otros.

sujetos que ejercen la actividad. Las tensiones o tensiones sociales a las cuales se ha hecho alusión se pueden describir muy sucintamente así:

- *La calibración (medición de los tiempos y lenguaje numérico gestual empleado) del transporte público urbano en Cali es la actividad que está en mayor peligro de desaparecer, pues la amenaza que tiene es que el MIO (la empresa de transporte público masivo) paulatinamente desplaza o elimina rutas de buses que hacen posible su empleo informal.*
- *La minería de la piedra-tablón tiene los factores ya descritos. Los procesos de modelación que se dan al tallar la madera están amenazados por la construcción de la Ruta del Sol y por la deforestación de la selva, por falta de control estatal y por el desempleo de las personas que ven en la tala indiscriminada una forma de sobrevivir.*
- *Las divisiones por medio de ata'os o agrupamiento en la venta de yerbas medicinales es afectada por los incrementos constantes de la gasolina y más aún en el Pacífico colombiano donde los precios son los más elevados del país.*
- *Por último, las formas de orientación témporo-espaciales de los pescadores artesanales de Buenaventura; nuevamente aparece el Tratado de Libre Comercio (TLC) firmado entre Colombia y Estados Unidos, pues las restricciones de movilidad en la superficie marina cada vez son mayores, y el mismo desempleo implica que el número de pescadores sea mayor y por ende la sobreexplotación del mar va en crecimiento, lo que implica que paulatinamente los pescadores deben emplear nuevas estrategias de orientación e identificación de puntos de pesca.*

DETALLES METODOLÓGICOS EN CADA UNA DE LAS ACTIVIDADES

Este libro es un viaje etnomatemático, con cinco escalas, que muestra las tensiones en el mismo número de prácticas laborales de sus etnomatemáticas con el modelo de desarrollo económico y social que ha elegido el Gobierno colombiano. Este viaje se hizo en el suroccidente de Colombia. Desde la ciudad de Cali hasta el mar de Buenaventura. La Figura 1 muestra el mapa de Colombia y señala la región del viaje etnomatemático; también muestra, haciendo un zoom, el recorrido y las estaciones.



Figura 1. Recorrido de un viaje etnomatemático en el Valle del Cauca, Colombia

El análisis de estas cinco etnomatemáticas nos permitió conocer diversos saberes matemáticos comunitarios y diversos conocimientos matemáticos de sujetos actores de grupos laborales cuyas características se representan por la variedad de palabras matemáticas, por diversas formas de medir, de unidades y patrones de medida, de contar, de orientarse espacialmente, de restar o sumar, de abstraer formas de otros

objetos, de hacer y de emplear otros cálculos, entre otros procesos, que están asociados a una red de significados de culturas locales donde el desarrollo económico regional o nacional tiene incidencia en ellas, y cuyo impacto puede ir desde el desarraigo de la etnomatemática al eliminar la actividad misma hasta variaciones dinámicas de los sistemas involucrados.

Los capítulos que conforman este libro, son el producto de casi cinco años de investigación con diversas comunidades laborales del Valle del Cauca, Colombia, empezando en el 2012 y terminando en el 2017. Tres de los capítulos ya fueron publicados en artículos separados (Aroca, 2012, 2015, 2016)⁸. En total fueron cinco actividades analizadas de grupos laborales que se caracterizan por ejercer actividades diversas, en cuyo desarrollo se pueden identificar procesos que consideramos matemáticos y que el producto final de la actividad se comercializa. Estos grupos fueron los calibradores, los mineros de la piedra-tablón, los artesanos de la madera, las vendedoras de yerbas y los pescadores artesanales de mar adentro y mar afuera. El viaje de investigaciones etnomatemáticas inicia en la ciudad de Cali y termina en el mar Pacífico colombiano.

Tal vez, para minimizar un poco la tensión que sucede cuando una persona formada con la matemática escolar trata de entender y escribir sobre otras formas de saber comunitario y pensamiento matemáticos, se tuvieron en cuenta propuestas en investigaciones como las de Rey & Aroca (2011) o en referencias teóricas como las de Goetz & Le Compte (1998)⁹, Deslauriers (2005), Coulon (2005) y Garfinkel (2008). Por ello,

8 Estos tres capítulos, basados en tres artículos publicados en un rango de cuatro años, son: Aroca, A. (2012). Las formas de orientación de los pescadores de Buenaventura, Colombia. *Revista U.D.C.A. Actualidad & Divulgación Científica*, 15(2), 457-465. Aroca, A. (2015). ¿Sumar = restar? una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 237-255. Aroca, A. (2016). Modelación matemática situada en un oficio. El caso de artesanos de la madera. *Revista U.D.C.A. Actualidad & Divulgación Científica*, 19(1), 227-235. En cada uno de estos tres capítulos enriquecimos los artículos ya publicados con más datos, más análisis y fueron encausados al enfoque del tema que expone el libro.

9 Algunas de estas investigaciones también sirvieron, sin duda alguna, en los demás resultados que se presentan en el

se empleó una metodología que admitiera la utilización de una pluralidad de instrumentos como entrevistas, grabaciones, fotos digitales, apuntes de campo, y en particular la interpretación de la lógica del otro para comprender las prácticas, saberes y formas de comunicación o lenguajes matemáticos que se desarrollan en estos grupos culturales.

La calibración. La primera actividad laboral que se presenta es la de la calibración de los tiempos de las rutas de buses urbanos del sur de Cali. En ella hubo una investigación de análisis etnográfico de carácter cualitativo, a pesar de que en algunos momentos se presentan algunas interpretaciones formales de ciertos algoritmos; en este sentido se tuvo en cuenta a Morse (2003), quien plantea que los métodos de investigación cualitativos describen el análisis etnográfico como la búsqueda de patrones en los datos y de ideas que ayuden a explicar la existencia de estos patrones. Las personas entrevistadas estaban en un rango de edad de 19 a 54 años; con experiencia en la actividad entre 2 y 14 años, y con jornadas de trabajo entre 4 y 8 horas diarias. En total se analizaron 16 planillas y fueron entrevistados 6 calibradores. Entrevistar en esta actividad era complejo, pues los calibradores no podían controlar el tiempo laboral, tal como se podía hacer en otras actividades.

Diseño y medidas en la extracción de la piedra-tablón¹⁰. Saliendo del municipio de Dapa, poco después del peaje de Loboguerrero, están los mineros de la piedra-tablón, estos se encuentran en el corregimiento Los Naranjos, donde sus viviendas están apostadas a escasos metros de la carretera y sus frentes de trabajo están detrás de ellas, pero pasando el río. Fueron 10 los mineros que brindaron información, y a 6 a quienes se les analizó su actividad. Al no saber con qué nos íbamos a encontrar

libro. Para no redundar en ello, se presentarán sin repetirse.

10 Para el análisis de esta actividad me acompañaron dos personas. El profesor Cesar Eslava, quien coordina la oficina de Comunicaciones del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle y mi hermano Luis Armando Aroca Salas. Ambos tenían funciones muy precisas de filmar o hacer el registro fotográfico. Este material audiovisual, al igual al que se obtuvo de las otras actividades son una fuente inagotable de investigación interdisciplinar.

y al saber que no podían ser muchas los trabajos de campo, se decidió por hacer entrevistas informales, tomando como guía la información recolectada al principio en el cargadero, que daba una impresión de lo que podía ser lo que encontraríamos en los frentes de trabajo, es decir, en las montañas. Particularmente con esta comunidad, por ser tal vez la más amenazada de todas las analizadas o en las mismas proporciones que la calibración, decidimos darle asesoría o ideas para que se defendieran mejor ante la arremetida del Consorcio que construye el tramo de la Ruta del Sol y que les prohibió trabajar más en dos frentes de trabajo, porque por debajo de la montaña harían dos túneles.

Modelación. Artesanos de la madera. Antes de llegar a Córdoba, corregimiento de Buenaventura, también a la orilla de la carretera, están tres pequeños talleres que son muy llamativos por los productos tallados en madera que reflejan una armonía entre pensamiento matemático y estética. A los tres artesanos los contactamos, pero solo a dos pudimos hacerles una extensa entrevista. Fueron dos artesanos, hombres mayores de 70 años y cada uno con más de 20 años de experiencia en la actividad. Aquí el principal método en recolección de información fue la historia de vida planteada por Deslauriers (2005). El propósito esencial fue describir las pautas o patrones que conllevan a la obtención de la forma de los objetos tallados, es decir, describir los procesos de modelación de los artesanos de la madera. Para esto se tuvo en cuenta a Morse (2003), quien plantea que los métodos de investigación cualitativos describen el análisis etnográfico como la búsqueda de patrones en los datos y de ideas que ayuden a explicar la existencia de estos patrones. Puesto que en este tipo de análisis de una etnomatemática, lo más importante es reducir el sesgo de interpretación de la lógica del tallador o de la actividad por medio de la lógica del entrevistador, que es proposicional o escolar, advertencia que hace D'Ambrosio en entrevista hecha por Miarka (2011), se tuvo en cuenta la etnometodología planteada por Coulon (2005) y Garfinkel (2008). En

consecuencia tener una conceptualización sobre las teorías claves de la etnometodología, como la práctica y realización, la indexicalidad, la reflexividad, la *accountability* y la noción de miembro, pueden contribuir a minimizar este sesgo interpretativo. De manera complementaria se recomienda la lectura del libro de Berger (1993), *La construcción social de la realidad*.

Estimación en la venta de yerbas medicinales y enigmáticas¹¹. Analizando las medidas o estimaciones que se emplean en la Plaza de Mercado de Buenaventura, que todos conocen como la Galería José Hilario López, se encontró a un grupo de vendedoras, tal vez las que más venden en Colombia el mayor surtido y variedad de plantas medicinales y enigmáticas. Sin duda esto se debe a la cercanía de la selva del Pacífico colombiano y la preservación de fuertes tradiciones para tratar enfermedades, malestares y desconfianzas. Llamó la atención las formas que tienen las yerbateras para clasificar o agrupar las plantas y luego venderlas. En consecuencia lo que se hizo fue observar pasivamente, entrevistar, dando a conocer los propósitos de la indagación, y en otras ocasiones se observó activamente, es decir, un comprador provocador, porque no solo había conformidad con recibir el cambio o las vueltas sino que se insistía con la pregunta ¿qué pasaría si...?. Qué pasaría si echo esto de tomillo y esto de albahaca. ¿Me alcanzan los \$2.000?, etc. Es decir, se trataba de provocar respuestas para que emergiera el conocimiento matemático del sujeto y probablemente se diera por compartido en el saber matemático comunitario.

Una forma de orientación espacial en el mar. En el caso de los pescadores, fueron 9 entrevistas estructuradas. El promedio de experiencia en la actividad de los pescadores, era de alrededor de 20 años; había pescadores tanto de viento y marea como de mar adentro y mar afuera que pescaban en un mismo día. Estas entrevistas constaban

11 Se ha colocado este nombre, pues son plantas que sirven para dar suerte, para tener prosperidad, para tener mejores funciones en el amor, entre otros efectos.

de algunas categorías de análisis concernientes a los “movimientos” del Sol, la Tierra, la Luna y los efectos por sus interacciones. Por otro lado se tuvieron en cuenta investigaciones cuyos objeto de estudio eran similares o directamente relacionados como los realizados, como se presentó en Aroca (2012); Goetzfridt (2008), quien analizó sistemas de numeración, conteo, medición, clasificación, relaciones espaciales, simetría y geometría, entre otros temas, de habitantes de las regiones de la Polinesia, Melanesia y Micronesia; De Vega (2005), quien analizó el sistema de navegación desarrollado por los aborígenes de Polinesia. Estos dos últimos autores hicieron sus investigaciones en las costas del Pacífico australiano. Campos (1982), por ejemplo, analizó algunas prácticas y saberes de los habitantes de la isla de los Búzios, en costas de Brasil.

Con la Tabla 1, se pretende mostrar un resumen de los hallazgos en cada actividad y sus respectivas tensiones sociales comunitarias producto del desarrollo económico regional o nacional.

Tabla 1. Comunidades laborales y términos etnomatemáticos

ACTIVIDAD	TENSIONES ENTRE LA ETNOMATEMÁTICA PRINCIPAL DE LA ACTIVIDAD Y TENSIONES CON EL DESARROLLO ECONÓMICO Y SOCIAL DEL PAÍS
Calibración del tiempo de buses	Un sistema de comunicación numérica gestual y la actividad misma que están amenazados de desaparecer por la incorporación del transporte masivo en la ciudad.
Minería de Piedra Tablón	Procesos de medición, estimación y unidades de medida tensionados con la construcción de la carretera de la Ruta del Sol (vía que garantizará el flujo de la mercancía del TLC entre Colombia y Estados Unidos), las vías del tren y la demanda y la moda del color de la piedra tablón.
Artesanía en madera	Procesos de modelación, empleo de herramientas, respeto a la naturaleza y condiciones socioculturales, tensionados por la deforestación de la selva.
Venta de yerbas medicinales o enigmáticas	Diferentes estimaciones y patrones de estimación que están en tensiones por los incrementos del precio de la gasolina.
Pesca artesanal marina	Formas de orientación témporo-espaciales tensionadas por la sobreexplotación de los recursos pesqueros a razón del desempleo y la delimitación de la superficie del mar por los rutas mercantes de los buques que traerán la mercancía de los TLC.

Todas estas actividades tienen dos fenómenos en común: 1. Las personas o comunidades se vieron en la necesidad de crear la actividad ante la exclusión social o el desempleo, es decir, por la necesidad de

supervivencia de ellos o sus familias. 2. Todas las etnomatemáticas involucradas están en función del devenir de las tensiones regionales o nacionales del desarrollo socioeconómico.

CAPÍTULO II

El sistema de comunicación numérica gestual en la calibración del tiempo de buses y la tensión con el transporte masivo*

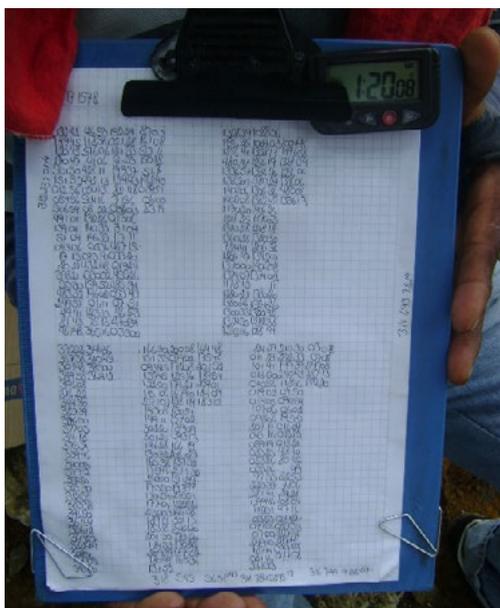


Figura 2. Una planilla de un calibrador donde se anotan, el número de la empresa, el número de la ruta y el tiempo en el que pasa la buseta

* En julio del 2014, en el 5th International Congress on Ethnomathematics, que se realizó en Maputo, Mozambique, se presentó este capítulo bajo la modalidad de Conferencia cuyo título fue El sistema de comunicación numérico gestual de los calibradores del tiempo de las busetas de transporte urbano de la ciudad de Cali, Colombia. La versión corta de esta ponencia fue publicada en la revista *Journal of mathematics and culture*. La base de este capítulo coincide con el artículo de mi autoría Aroca, A. (2015). ¿Sumar = restar? una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 237-255. Así que varios momentos de este capítulo son exactos a este último artículo.

EL PROBLEMA SOCIAL QUE AMENAZA LA ACTIVIDAD

Se puede notar en la Figura 3 el reflejo de la tensión social que se vive. Mientras John apunta los datos característicos de una de los buses tradicionales de transporte público, al fondo se puede ver un bus azul que es el alimentador de un bus articulado que tiene carriles exclusivos para la movilización de pasajeros. Estos alimentadores cada vez ganan más rutas, desplazando las viejas rutas de los buses pequeños, lo que paulatinamente conlleva a la desaparición de la empresa. A principios del 2013, todas estas rutas de buses pequeños ya habían desaparecido en las calles donde había realizado el trabajo de campo y por ende se desconocía la suerte de todos los calibradores que estaban desarrollando su actividad en estas avenidas, lo que implicó el desarraigo matemático de esta comunidad y del conocimiento matemáticos de los calibradores de estas calles o avenidas.



Figura 3. Jhon tomando los datos de una ruta de una empresa de transporte público

Este panorama es interesante porque se han llevado a cabo varias investigaciones, por lo menos en el continente, sobre el desarrollo de este tipo de cálculo en diversos contextos culturales o de aprendizaje y en grupos de diferentes rangos de edad, pero no se han analizado las tensiones del modelo de desarrollo económico hacia el desarrollo de la actividad informal, el saber comunitario matemático o el conocimiento matemático del sujeto de la actividad.

Puede parecer muy elemental la tensión socioeconómica que están recibiendo los calibradores, pero de todas las etnomatemáticas que se van a describir en este libro esta es la más amenazada de todas, no solo de desarraigo sino de extinción. A medida que la empresa de transporte masivo avanza en la toma de rutas de la ciudad, proporcionalmente avanza el desarraigo del saber comunitario de la calibración y del pensamiento matemático de los calibradores.



Figura 4. Samuel da la información¹² a un chofer y recibe unas monedas

12 Foto tomada por Maria Fernanda Candamil Rendón, egresada de la Licenciatura en Básica primaria con énfasis en matemáticas de la Universidad del Valle.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

Aproximadamente en 1997 se creó en Cali la actividad de “calibrar” el tiempo de buses o microbuses, ejercido por los llamados “Calibradores”. La Figura 5 muestra algunas planillas que se desarrollan en una jornada diaria de trabajo.

Blanco y N.	Blanco y N.	Blanco y N.	Blanco y N.	Alfonso Lopez
1	6	6	6	6
379 = 9.26	059 = 9.32	416 = 11.20	130 = 1.01	566 = 9.02
132 = 9.37	143 = 9.34	415 = 11.21	060 = 1.03	1376 = 9.37
080 = 9.43	145 = 9.35	379 = 11.35	016 = 1.04	1121 = 9.37
513 = 9.45	126 = 9.37	375 = 11.42	530 = 1.07	712 = 9.54
045 = 9.51	073 = 9.37	423 = 11.50	428 = 1.08	440 = 1.04
422 = 10.02	041 = 9.38	300 = 11.51	013 = 1.08	1300 = 10.17
381 = 10.13	430 = 9.45	124 = 11.52	153 = 1.09	480 = 10.22
066 = 10.21	305 = 9.45	513 = 11.54	031 = 1.09	1286 = 10.35
105 = 10.26	311 = 9.55	479 = 11.56	161 = 1.09	1120 = 10.43
078 = 10.30	112 = 9.58	374 = 11.58	139 = 1.09	1316 = 10.49
170 = 10.37	123 = 9.58	407 = 12.00	132 = 2.04	1322 = 10.55
017 = 10.42	012 = 9.59	087 = 12.05	426 = 2.10	1300 = 11.00
075 = 11.05	007 = 10.01	389 = 12.07	061 = 2.11	1306 = 11.10
366 = 11.53	081 = 10.09	419 = 12.17		538 = 11.16
103 = 12.33	365 = 10.11	827 = 12.21		1172 = 11.23
152 = 12.43	103 = 10.12	062 = 12.25		1322 = 11.27
322 = 12.53	491 = 10.15	120 = 12.27		834 = 11.35
140 = 1.11	510 = 10.16	343 = 12.31		408 = 11.49
324 = 1.05	506 = 10.19	422 = 12.31		1176 = 12.02
115 = 1.24	320 = 10.22	072 = 12.31		1320 = 12.09
	149 = 10.23	329 = 12.35		566 = 12.21
	422 = 10.26	151 = 12.35		1222 = 12.25
	089 = 10.27	073 = 12.35		1124 = 12.37
	031 = 10.32	329 = 12.47		1212 = 12.42
	060 = 10.33	059 = 12.47		040 = 1.02
	156 = 10.35	141 = 12.51		1200 = 1.02
	077 = 10.37	276 = 12.51		260 = 1.02
	069 = 10.41	365 = 12.57		1306 = 1.02
	132 = 10.41	058 = 12.57		1170 = 1.37
	293 = 10.43	089 = 1.00		1216 = 1.37
	139 = 10.42	470 = 1.03		1322 = 1.06
	052 = 10.52	145 = 1.03		1312 = 1.51
	046 = 10.55	274 = 1.07		422 = 2.01
	119 = 10.57	012 = 1.07		2000
	013 = 11.01	012 = 1.07		522 = 2.07
	333 = 11.02	474 = 1.09		
	094 = 11.13	346 = 1.35		
	131 = 11.18	320 = 1.25		
	422 = 11.20	386 = 1.21		
	082 = 11.20	510 = 1.35		
	130 = 11.23	170 = 1.37		
	322 = 11.25	535 = 1.37		
	08 = 11.27	149 = 1.37		
	272 = 11.28	326 = 1.40		

21

COACHEPAPA 7 PAPA 8 ERMITA 3 ERMITA 20 PANCA 20

315733 1594
312664445
35571111

1150	349	23	25	25	25	25	25	25	25
2448	346	26	22	22	22	22	22	22	22
1256	347	27	21	21	21	21	21	21	21
1292	348	28	20	20	20	20	20	20	20
3328	349	29	19	19	19	19	19	19	19
3364	350	30	18	18	18	18	18	18	18
806	351	31	17	17	17	17	17	17	17
1030	352	32	16	16	16	16	16	16	16
4024	353	33	15	15	15	15	15	15	15
12	354	34	14	14	14	14	14	14	14
1202	355	35	13	13	13	13	13	13	13
1246	356	36	12	12	12	12	12	12	12
1212	357	37	11	11	11	11	11	11	11
1118	358	38	10	10	10	10	10	10	10
120	359	39	9	9	9	9	9	9	9
1116	360	40	8	8	8	8	8	8	8
1246	361	41	7	7	7	7	7	7	7
1132	362	42	6	6	6	6	6	6	6
1284	363	43	5	5	5	5	5	5	5
1318	364	44	4	4	4	4	4	4	4
856	365	45	3	3	3	3	3	3	3
1112	366	46	2	2	2	2	2	2	2
1140	367	47	1	1	1	1	1	1	1
2102	368	48	0	0	0	0	0	0	0
1218	369	49							
3076	370	50							

0508 88
0508 88
0508 88

Handwritten scribbles and vertical lines on a grid background, possibly representing a second set of data or a diagram. The scribbles are dense and cover several columns of the grid.

714 634 8605
951

527
317 501 78 60

526 28	242 28	296 28	300 34	173. 33				423 20	702 78	
210 30	208 34	243 34	537 30					411 30	813 42	116 249
448 40	294 42	353 30	423 48	154 15	21 05	422 30		720 35	1723 43	
			116 03	424 15	42 21			7022 35		
		225 13	425 20	300 31	24 52	519 13		521 501	022 09	116 15
354 01	205 34	215 23	578 31	396 30		522 32		522 32	93 20	46 05
432 13	245 00	253 31	586 31	506 46	125 01	520 30	410 12	55 34	241 42	
434 20	241 32	249 41		49 304 54	02 22		357 21	82 01	144 80	
346 35	210 32	210 49	580 50	363 04	173. 45		401 32	151 17	147 00	
354 45	365 34	182 59	547 03	523 09	102 55	821 22	305 32			20 59
422 45	220 06	187 13	432 14	122 10	10 00	520 22	240 34			
							320 12			
334 54			241 55	531 59	631 02	522 40		95 50	321405	
460 65			194 04	520 09	600 05	153 11	581 50	65 45	52 23	
310 70	348 50		520 00	520 10	420 10	83. 20	CC 05	130 20	147 51	
320 72	328 12	270 00	520 10	420 10	420 10			130 20	147 51	
	304 12	270 00	520 10	420 10	420 10			506 24	209 20	
424 50	320 48	244 24	520 38	523 42	274 05					
394 59	54 05		533 00	630 53		49 04	372 20	499 02		
426 11	335 05		542 10	423 03	53 31	622 15	307 28	42 13		
410 29	305 13	214 54	146 10	396 15	170 17		310 34	32 18		
440 30	325 25	245 07	13 29	520 34			323 41			
410 54	306 14	190 14			150 59		323 41			
552. 12	376 20	253 20	325 50		129 34		323 41			
	214 41		523 58	703 59			485 52			
404 01	208 38		543 04	527 11	193 21		319 01	331 23		
430 18	278 40	210 51	523 04	703 10	52 30		410 01	329 29		
200 70	249 01		410 10	181 14			355 14	400 59		
424 92			414 21	591 30			320 19	320 04		
426 40	322 12		502 30	602 43			254 24	320 04		
								320 04		
470 01	328 40	535 20	547 30	71 31	27 59		26 58	700 06		
		522 30	520 10	631 10	104 20		265 10	702 19		
274 06		525 10	525 10	527 59	015 20		329 20			
					50 39		320 20			
404 42	392 40	184 01	530 43	420 15	21 00		320 20	24 47		
578 52	206 50	222 13	54 55	523 20	40 24		410 12			
422 01	339 52	211 30	526 04	5	40 24					
422 02	325 04	204 83	524 04	228 33	94 13	50 50	509 30	421 29		
	263 19	181 09	520 03	320 43	102 10	197 4	229 50	449 55		
534 12	263 19	181 09	524 04	554 02	06 50		229 50	103 12		
494 17	320 23	215 23	594 04	524 13	125 04		229 50	55 21		
314 17	326 23	215 23	524 04	342 25	02 25	52 41	79 10	109 219		
340 21	322 33	244 13	524 04	524 34	123. 59	131 42				
320 21	322 33	244 13	524 04	205 41	102.					
424 40	323 36	240 20	525 15	600 50						
			179 24	608 58	197 54					
333 17	340 10		543 27	519 00	153 09					
251 23	263 23		523 40	529 06	83 26					
413 20	263 23		422 04	401 12						
321 44	400 36		613 10		193 41					
323 53			522 25		79 51					
202 09	479 23		525 40							
253 15			510 19		145 13					
					170 10					

Figura 5. Algunas planillas empleadas en la actividad de la calibración del tiempo en el transporte urbano de Cali

En esta actividad informal, que se creó como necesidad de la administración del tiempo por parte de los choferes de buses en sus rutas,

el registro simbólico condiciona el cálculo mental, lo que no sucede normalmente en otras actividades de la calle, como el descrito por Fuenlabrada & Delprato (2005), quienes analizaron los algoritmos de tres mujeres ejerciendo ventas ambulantes en México. Por ejemplo, tal como se hizo referencia en Aroca (2015), en Chile, Gálvez et al. (2011), abordaron el estudio de la variedad de estrategias cognitivas, idiosincrásicas o aprendidas, empleadas por alumnos del primer ciclo de la enseñanza Básica chilena al practicar actividades de cálculo mental. En Brasil, de Carraher et al. (1989) se puede destacar la distinción que hicieron sobre matemáticas orales y matemáticas escritas, que fueron complementadas en Aroca (2013). Estos trabajos de Carraher et al., mostraron en su momento la importancia de los cálculos mentales en labores cotidianas. En Colombia, Mariño (1986), entre otras investigaciones, analizó las formas de cálculo aritmético de los adultos en sectores populares; además de ello, presentó una simbolización de estos algoritmos que en la práctica son ágrafos, es decir, son mentales exclusivamente.

Veamos cómo las tensiones del modelo de desarrollo económico de la ciudad tensiona los cálculos mentales de los calibradores, las concepciones sobre sumar y restar, la comunicación numérica gestual y los algoritmos empleados. Sin duda este análisis es tentador para buscar un vínculo con la educación matemática, pero este no es el objeto de análisis como se ha dicho. Estos procesos matemáticos son interpretados por D'Ambrosio (1985a), en el sentido que los grupos culturales diferenciados producen su propia matemática, modelan sus propios patrones de comportamiento, códigos, símbolos, modos de razonamiento, maneras de medir, y en general de matematizar. Sin embargo, el desarrollo económico, en este caso de la ciudad, puede inferir en potenciar o desarraigar dichas etnomatemáticas. En este caso existe una probabilidad alta que la etnomatemática de los calibradores del tiempo sea desarraigada.

Miarka (2011, p.29), en vez de etnomatemática del Programa de Investigación en Etnomatemáticas (tal vez acogiendo la propuesta del mismo D'Ambrosio (2012)), y citando a D'Ambrosio (2002, p.17), plantea lo siguiente: "Ubiratan D'Ambrosio indica que o principal motivador para um programa de pesquisa em Etnomatemática é a procura pelo entendimento do 'saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizada em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações'". Sin embargo, consideramos que hace falta algo más: Las matemáticas están inmersas en una trama social que vincula la comunidad que las produce. En los casos que estamos analizando, las etnomatemáticas, al estar vinculadas a actividades que producen productos que se comercializan, están sujetas a variables que se desprenden de relaciones económicas entre la actividad misma y el sistema que les da sentido comercial. Una forma de contar, por ejemplo, puede ser afectada por una variable como el tiempo de transacción para comercializar más rápidamente el producto. Así, comercializar la información sobre el cálculo del tiempo de un bus que pasó previamente con el chofer del bus siguiente, se debe hacer empleando símbolos, gestos, estrategias diferentes a las usuales y que más adelante se presentarán. Deben ser procedimientos acordes con el ritmo de la transacción, una moneda que da el chofer del bus por los datos de tiempo (producto de la etnomatemática) que ha escrito el calibrador en la planilla.

DATOS SOBRE LA CALIBRACIÓN

La actividad y las características de la planilla: La calibración consiste, fundamentalmente, en llevar un control minucioso del tiempo de diferencia de un bus o buseta¹³ de servicio público urbano con respecto

13 La palabra buseta es empleada en el español de Colombia para representar el ómnibus o bus pequeño de transporte público.

a la siguiente buseta de una misma empresa y ruta. El primer registro que se hace es el número de la buseta, el cual no supera los cuatro dígitos; el segundo registro es el tiempo o la hora por la que pasa la buseta por el semáforo, (en la mayoría de los casos este registro se hace solo en minutos); el tercer registro es la diferencia de tiempo de la buseta o bus anteriores con la siguiente, que es lo que le interesa al chofer.

En un período de 8 horas, el calibrador puede controlar alrededor de 800 rutas de 300 a 400 busetas y buses diferentes. Después de un determinado tiempo de experiencia, el calibrador puede saber cuál es el número de la buseta con tan solo ver su parte frontal a varios metros de distancia. Un calibrador es relevado en el mismo punto de trabajo por otra persona. Este relevo implica un empalme de datos que se hace en condiciones interesantes porque deben centrar su atención en dos cosas, mientras están pasando todas las rutas con sus buses y busetas van haciendo el empalme, es decir, el calibrador saliente le va dando al calibrador entrante de manera verbal los últimos datos que consignó y este va escribiendo tanto estos datos como registrando las busetas y buses que van pasando.

LA COMUNICACIÓN NUMÉRICA GESTUAL Y EL REGISTRO ESCRITO EN LAS PLANILLAS

A un calibrador le va bien si el semáforo está en rojo o si el día no es lluvioso. En el color verde las busetas no se detienen, lo que implica que no pueden comunicarse por medio de una conversación (chofer y calibrador), pero esta falta de comunicación se resolvió usando el lenguaje gestual, es decir la comunicación numérica gestual, o en pocos casos se emplea la voz en alto, pero esto se da solo en avenidas estrechas. El desplazamiento de rutas de buses, por parte de la empresa de transporte masivo, en algunos casos ha implicado que algunas

avenidas o rutas se congestionen, lo que implica hacer cálculos más rápidos. Vemos aquí cómo una medida de planeación por parte de la empresa de transporte masivo, cuyo objetivo es hacer más rentable el negocio del transporte urbano, tiene incidencia directa en las formas de calcular y registrar el tiempo en las planillas, por parte de los calibradores. A diferencia del desarraigo de una etnomatemática, en este caso sucede que debido a la congestión de más rutas de buses en unas vías, desplazadas por la empresa de transporte masivo, se produce una especie de saturación de datos en un menor tiempo, lo que conlleva a que los calibradores calculen y empleen estrategias prácticas y ágiles, es decir, alteren sus cálculos y registros. La rapidez de la toma de datos y del cálculo mental, todo, está función del menor tiempo para la mejor rentabilidad económica tanto del calibrador como de los choferes de los buses. Es por ello que en este tipo de comunicación se emplean los dedos, brazos, partes del cuerpo o movimiento, para indicarle a cuánto va (tiempo) con respecto a la otra ruta. El calibrador usa los dedos para indicarle el tiempo hasta, en promedio 15 minutos; a partir de allí le hace señales con los brazos, con las dos manos o empleado movimientos o partes de su cuerpo. Hay también una señal con las manos que marca la diferencia de “muy pocos” minutos o que van pegados, es decir, es un tiempo no mayor a dos minutos y por eso los dedos índice unitario e índice y medio (emparejados) hacen parte de la composición de otros numerales digitales. La comunicación numérica gestual le permite al calibrador comunicarse con el chofer a ciertas distancias donde no lo puede oír, sea por la misma distancia o por el ruido de tantos buses y carros, o también por la rapidez que emplea al pasar cuando el semáforo está en verde. Con el semáforo en rojo, el lenguaje oral se privilegia.

La comunicación numérica gestual se puede clasificar en cuatro tipos:

1. Cuando usan solamente una mano;
2. Cuando usan las dos manos;
3. Cuando usan otras partes del cuerpo; y
4. Cuando hacen cualquier combinación de lo anterior, que en algunos casos es acompañado por

el lenguaje verbal. ¿Cuáles serían los tipos de comunicación numérica gestual que se emplearían gracias a las tensiones que producen las decisiones de la empresa de transporte masivo por lograr mayores ganancias con sus rutas privilegiadas? Como estas decisiones pueden conllevar a la eliminación de rutas de las otras empresas en algunas calles o avenidas o en la saturación de rutas en esas calles debido al desplazamiento, entonces hay una consecuencia, pues el empleo de la tipología de la comunicación numérica gestual es sensible a la decisión administrativa de la empresa de transporte masivo. Si la decisión consiste en suprimir algunas empresas de algunas rutas, entonces en esas calles se aumenta el uso de la comunicación numérica gestual tipo 2 o tipo 3; si se satura debido al desplazamiento, se aumenta la frecuencia de rutas de diferentes empresas, entonces se privilegian los tipos 1 y 4.

Las Figuras 6, 7 y 8, presentan una muestra de estas representaciones numéricas, que son un sistema discreto y van de uno en uno hasta generalmente el quince, de ahí en adelante aparecen otras representaciones y términos que le son propios. La comunicación numérica gestual se desarrolla a partir de la frase “van pegados o enganchados”, siendo esta frase el menor tiempo. De ahí se va de uno en uno, iniciando por lo general desde el dos hasta el quince, luego aparecen otras extensiones como “más de 15”, “el hueco”, “media hora”, “dar dos tiempos”, entre otros. Estos cálculos digitales tienen referentes concretos en la planilla, por ejemplo, cinco dedos es 5, tres veces abriendo la mano es 15. Los datos escritos en las planillas; que podrían interpretarse como una base aritmética en la potencia 2 de 10, acotada hasta 60, pues los cálculos se hacen en un rango numérico de una hora, responden a un proceso de comunicación y razonamiento organizado y preciso, en consecuencia de representación biunívoca entre el cálculo y el registro.

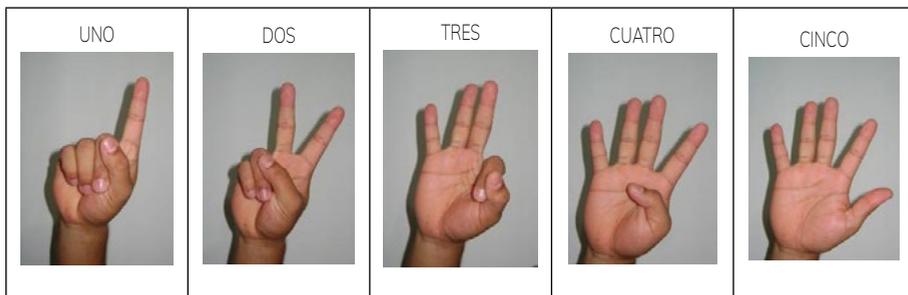


Figura 6. Representaciones de los minutos uno hasta el minuto cinco

En la Figura 6, se han resaltado las representaciones del uno y del dos, porque ellas como tal no existen en la práctica; por lo general el menor número representado es el tres. El uno y el dos son representados por “Diferencia muy pequeña”.

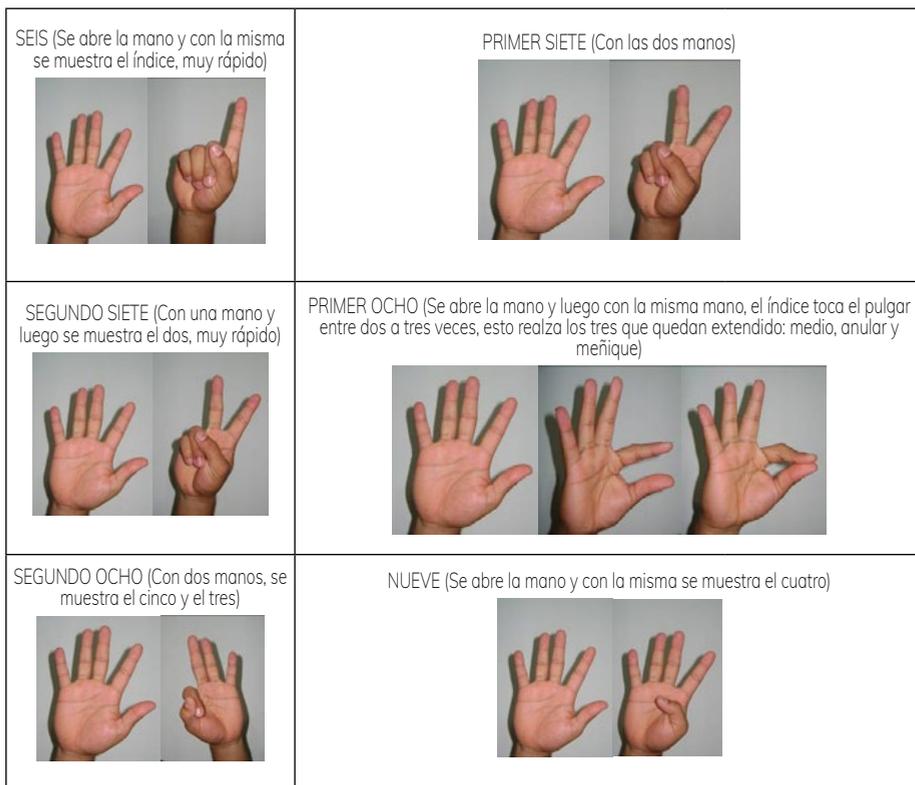




Figura 7. Representaciones del minuto seis hasta el minuto diez

A partir del seis, hay otra dinámica como lo muestra la Figura 7. Esto depende de la congestión de la calle o avenida donde esté ubicado el calibrador; entre más carriles o flujo vehicular haya, la comunicación numérica gestual es más empleada, pues no hay mucho tiempo para hablar, salvo que el semáforo esté en rojo. Por ejemplo, hay casos en los que el calibrador da la información con los dedos y el chofer le lanza una moneda.

El signo de mano agrupada es nulo al igual que el puño, pues no cuentan en la primera ocasión, pero cuando aparecen por segunda vez juegan el papel del operador más. Sin embargo, este operador es implícito cuando otro de los sumandos no sea del mismo valor, es decir, no se muestra, como por ejemplo en 6, 7, 8, 9 cuando se usan dos manos. El mismo papel de operador más, lo juega la mano cerrada. La Figura 8, muestra otras representaciones desde el 11 hasta el 15, y luego el uso de otras partes del cuerpo se privilegian para representar gestualmente a: “un tiempo pequeño”; “un tiempo considerable” o al “hueco”; la “media hora” y la comunicación de dos tiempos.

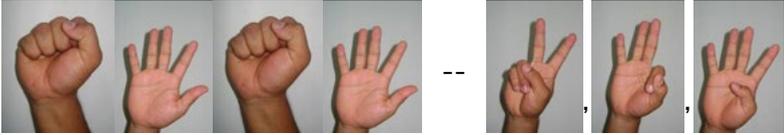
<p>PRIMER ONCE (Con una sola mano: Puño, abierta, puño, abierta, índice).</p> 	<p>SEGUNDO ONCE (Con dos manos).</p> 
<p>DOCE – CATORCE (Para el caso del doce: Se abre y se cierra, muy rápido, dos veces, y luego se muestran dos dedos, esto es similar hasta el número catorce. Solo se usa una sola mano.</p> 	
<p>QUINCE (Tiene dos formas: Se alza el brazo, se abre y cierra la misma mano, muy rápido, tres veces. Ambos casos se hacen solo con una sola mano. Lo que lee el chofer es la mano abierta). Al cerrarse, las yemas de los dedos van a un mismo punto.</p>  <p>Al cerrarse se forma el puño.</p> 	
<p>MÁS DE QUINCE MINUTOS. Hay un "Hueco" entre busetas o buses.</p> 	<p>DIFERENCIA MUY PEQUEÑA. "Cogidos", "pegados", "adelante enganche", "enganchados", "pegados". Este tiempo oscila entre uno a dos minutos. Significa que una buseta o un bus pasaron recientemente. La tercera imagen también le indica al chofer que baje la velocidad.</p> 



Figura 8. Representaciones del tiempo de diferencia del minuto seis hasta el minuto quince

Desde nuestra lógica externa a la actividad, esta comunicación numérica gestual es cálculo de restas, pero cuando al calibrador se le interroga por ello consideran que son sumas. Este tipo de comunicación muda es tan efectiva que en algunas ocasiones se pudo observar que por más de media hora no hubo comunicación verbal entre calibrador y choferes, a pesar de que el semáforo estuviera en rojo, pues el calibrador atendía a varias rutas y empresas a la vez.

La planilla que llena cada calibrador puede llegar a tener hasta 18 columnas, cada una de ellas subdivididas por dos e incluso por tres columnas. Las figuras 9 y 10, muestran el análisis de dos casos de columnas que se presentan en las planillas, cuando se subdivide por tres o cuando lo hacen por dos.

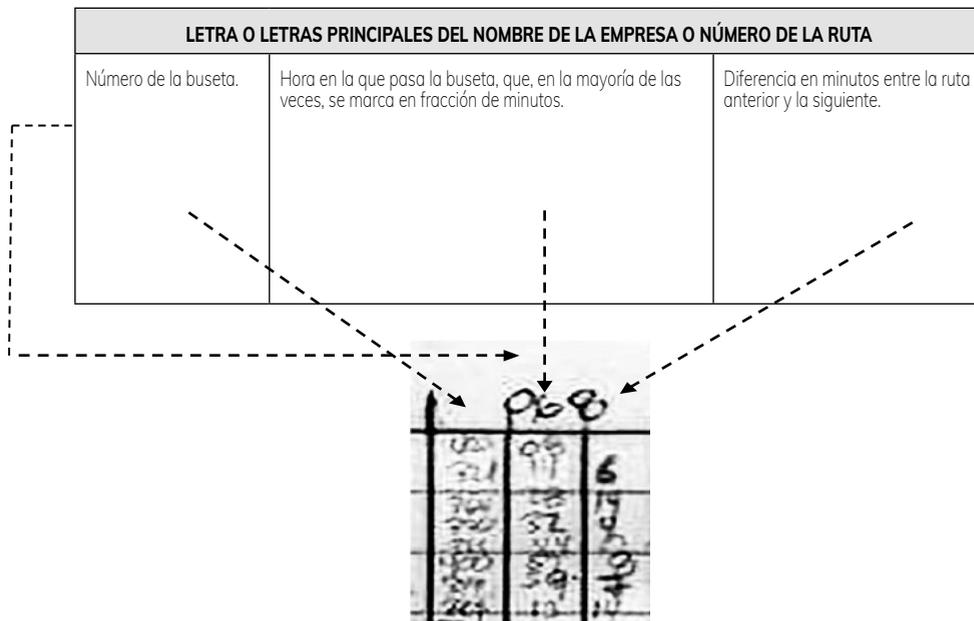


Figura 9. Descripción de las columnas de una planilla de un calibrador. A tres columnas: Número del buseta, tiempo y diferencia

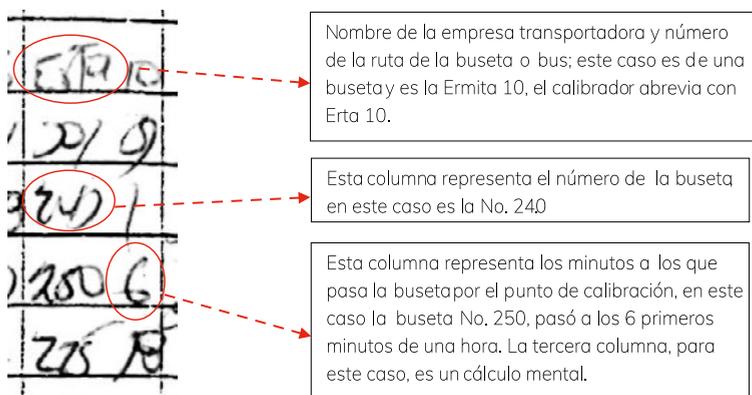


Figura 10. Descripción de las columnas de una planilla de un calibrador. El más popular. A dos columnas escritas; la tercera es mental

Las rutas en la planilla se listan según la regularidad con la que pasan las busetas, primero se colocan aquellas rutas cuyas empresas envían más busetas por intervalo de tiempo y así sucesivamente. La Figura 11,

muestra otros estilos de consignación de los datos de varias empresas y sus respectivas rutas.

Blanco y N.	Blanco y N.
1	6
379 = 9.26	059 = 9.32
130 = 9.37	103 = 9.31
050 = 9.23	105 = 9.35
513 = 9.05	126 = 9.37
005 = 9.51	073 = 9.30
420 = 10.02	001 = 9.39
301 = 10.13	430 = 9.05
066 = 10.21	305 = 9.05
105 = 10.26	311 = 9.55
079 = 10.30	110 = 9.35

Figura 11. Solo se muestran una de las cuatro páginas, en tamaño carta vertical. Al lado de la planilla, un zoom de una parte

El impacto de las decisiones de la empresa de transporte masivo en las planillas sería de dos tipos: 1. Saturación de columnas en la hoja de registro de los tiempos (planilla) cuando se aumenta el número de empresas de transporte urbano desplazadas en una misma calle o avenida. El calibrador tiene como estrategia emplear el menor número de hojas para encontrar lo más rápido posible la empresa, la ruta y hacer el cálculo del tiempo; entre más hojas emplee más segundos se puede tardar en ello y por ende puede tener menor rentabilidad. 2. Pocos registros en la planilla, cuando se eliminan rutas de las empresas de transporte urbano, lo que implica que el cálculo de los tiempos se haga más rápido, pero con poca rentabilidad debido a la frecuencia de las busetas.

Los algoritmos, tanto gestuales como escritos, a diferencia de los escolares que están en una aproximación modernista, como los clasificaron López & Ursini (2007), o sea rígidos e incuestionables, están indefectiblemente ligados a variables de la actividad, es decir, al mundo

perceptible, a las tensiones sociales que operan sobre la actividad. Podemos preguntarnos cuáles son las tensiones sociales o económicas que afectan las formas de calcular en un ambiente escolar; si no encontramos ninguna, entonces los cálculos en un ambiente escolar no podríamos calificarlos como una matemática de orden social.

Además del cálculo digital, el empleo de partes del cuerpo y extensiones verbales numéricas y gestuales como operadores, más el empleo de diversos algoritmos para el cálculo de diferencias de tiempo, el calibrador debe tener bajo su control otras variables que están asociadas a su actividad, ellas son:

- La buseta o buses que aparecen en una corta o larga distancia. Que pueden ser pocas o muchas, amén de las decisiones de rentabilidad de la empresa de transporte masivo.
- El diálogo visual.
- El nombre de la empresa a la cual pertenece o está matriculada la buseta y la ruta que realiza que está dada por un número.
- En las planillas se observa que hay hasta cuatro columnas para una misma empresa, pero con distintas rutas, cuyo número puede variar, amén de las decisiones de rentabilidad de la empresa de transporte masivo.
- El número de la buseta, que no es el mismo del número de la placa.
- La posición de la ruta en la planilla.
- Hay calibradores que manejan una sola hoja para todas las rutas, pero esto implica que deben escribir muy pequeño, si lo comparamos con el tamaño de letra de Word diríamos que sería alrededor del tamaño No. 12; lo que implica más precisión para escribir. En un solo cuadro de un papel cuadrículado se escriben hasta cuatro dígitos. Este número de hojas está sujeto a las decisiones de rentabilidad de la empresa de transporte masivo.

- El número de llamadas que les piden los choferes de las busetas para que le informen cómo va otra ruta, amén de las decisiones de rentabilidad de la empresa de transporte masivo.
- El cobro de la llamada anterior.
- El ritmo de envío de busetas de cada empresa.
- El cambio de luces del semáforo.
- Algunos calibradores informaron que si el reloj les llegase a fallar se orientaban con las luces del semáforo, porque la luz roja dura dos minutos, dependiendo el lugar escogido, y la luz verde dura un minuto, esto les da un patrón de control.

En general las variables descritas dependen de las decisiones de rentabilidad de la empresa de transporte masivo, de una u otra forma.

¿CÓMO EL DESARROLLO ECONÓMICO LOCAL PUEDE CONLLEVAR A NUEVAS REPRESENTACIONES DE LA SUMA O LA RESTA?

Según Luis, con 39 años de edad, siete de experiencia en la actividad y con estudios hasta cuarto de primaria, al preguntarle cómo hacía para calcular la diferencia entre 56 minutos de una hora y 04 minutos de la siguiente hora respondió: “Tengo los 60 metidos en la cabeza... El 60 es mi patrón numérico”. La explicación de Luis consistió en lo siguiente: “fácil, eso yo ya lo sé... hago la resta en base a 60 y luego sumo... eso es sencillo; aquí¹⁴ no multiplicamos”. Un año después, le formulé la misma pregunta a Luis y responde: “me voy por el número más pequeño, donde me salga más rápido”... “Vamos de base de 1 a 60, por la cuestión de la hora,..., 4 para 60 y 4... 8”. Las respuestas de otros calibradores sobre este mismo proceso y otros cálculos fueron las siguientes.

14 Cuando Luis dice “aquí” hace referencia a la actividad de calibrar el tiempo.

Jhon C. (estudiante universitario, 19 años de edad y cuatro de experiencia) al mostrarle el mismo proceso de Luis, señala al 56 y dice: “Cuatro pa’ completá la hora”, y vuelve y lo señala “aquí van cuatro”, y por último señala el 04 y dice: “y aquí van cuatro,... entonces se suman los cuatro de la otra hora”. Ante la pregunta (que en adelante se llamará operacional), ¿qué se debe saber en esta actividad sumar o restar? Responde de inmediato, “sumar”.

Héctor (estudió hasta cuarto de primaria; dice ser el fundador de la calibración en Cali, 54 años de edad y 14 años de experiencia. No tiene otra actividad): “56 a 60... cuatro, y cuatro, ocho”. Ante la pregunta operacional responde de inmediato: “Sumar... y retentiva”.

José (terminó la Primaria, 33 años de edad y 10 años de experiencia): “Matemáticamente... con cuatro es a la en punto y cuatro es ocho”. A José le planteé otro cálculo, le pregunté con los tiempos 47 y 06. Responde: “Da 19. 10 para 57 y 9 pa’ 06, no son 10-10 (diez-diez), sino 10-9, porque 10-10 es a la 07 entonces se pasó 1... ¿Si lo ves?”. Ante la pregunta operacional responde de inmediato: “sumar, siempre es sumar”.

Jhon Jairo (estudió hasta noveno grado, 30 años de edad y siete de experiencia; las noches de los fines de semana trabaja en una discoteca): “La hora se acaba a las cero cero... ya!... porque si no sabe sumar no puede calcular... entonces sumo y me da ocho”. Ante la pregunta operacional responde de inmediato: “La que más se utiliza es la suma, la resta... (duda), cuando piden (hace referencia al chofer) el dato de cómo iba el otro. José, que lo escucha, lo desmiente hablándome en voz baja y dice “aquí solo se suma” y hace un gesto de como si Jhon no supiera.

Puesto que conseguir la diferencia de 56 minutos de la hora anterior y los cuatro primeros minutos de la hora siguiente implicaba memorizar las diferencias parciales y luego sumarlas, pensé que los estaba induciendo

a responder a todos que la única operación empleada era la suma, algo así como si la suma, que era el último proceso, eclipsara las restas que se hacían previamente, así que les pregunté ¿Cuál es la diferencia entre una buseta que pasa a las y X y otra que pasa a las y Y, en la misma hora? Con gran rapidez todos hicieron sus cálculos mentales, estos fueron algunos apartes de ello.

Con Luis

Entrevistador: ¿Cuál es la diferencia entre estas dos busetas, una que pasa a las y 27, y la otra que pasa a las y 35 en una misma hora?

Luis: Saco el 8 por suma o por resta.

Entrevistador: Explícame cómo sería por suma y cómo sería por resta.

Luis: Por suma, de 27 a 35... 8. Por resta, voy de pa' tras... Cuántos hay? 8! Voy sumando hacia adelante o hacia atrás, no es una resta, es una suma.

Con Jhon J.

Entrevistador: A Jhon J. le repetí la misma pregunta de Luis.

Jhon J.: Sumo cuando son de 2 para arriba (Jhon J. Me cambia los números, pero dan una misma diferencia) cuando pasa de las 48 a las 56, a 48 sumás 2 para 50 y 6 para llegar a 56.

Con José

Entrevistador: Le repito la misma pregunta que le hice a John J.

José: 3 a 40, y 5 a 45, 8!

Entrevistador: Si una pasó a las y 33 y la otra a las y 38, ¿qué?

José: De una, no hay que repartir la suma, porque es un número muy corto, 5.

Con Jhon C.

Entrevistador: ¿Si una buseta pasa a las y 12 y la otra pasa a las y 27 en la misma hora, cuál es la diferencia?

Jhon C.: Miro la hora y me queda más fácil.

Entrevistador: (Le insisto con la pregunta).

Jhon C.: Yo uso la resta... porque miro el número que está en el momento y resto el anterior.

Entrevistador: Sigo preguntando tratando de provocar una respuesta más concreta y ahora indago por una que pasa a las y 37 y la otra a las y 45 de la misma hora.

Jhon C.: “8”.

Entrevistador: ¿Cómo lo hallaste?

Jhon C.: Sumando 37 a 45.

Entrevistador: ¿Y cómo lo hiciste?

Jhon C.: Ah, eso si no sé... porque soy malo pa' eso.

Con Leonardo

Entrevistador: Si una buseta va a las y 35 y la otra a las y 48, ¿a cuánto van?

Leonardo: A 13.

Entrevistador: ¿Cómo lo hiciste?

Leonardo: Lo hice sumando, 35 a 40... 5, y 8... 13.

En esta actividad no diferencian entre sumar y restar, aunque parece que no sumaran sino que complementarían. Es decir, en la comunicación gestual o verbal tiene representación la resta, pero en el cálculo mental es la suma

la que opera. Para los calibradores no existe la resta a pesar de que ante nuestros ojos exista un cálculo de resta. Así como tampoco existe la diferencia en otros grupos laborales o culturales sino el complemento escalonado que depende del sistema monetario, es decir, de la denominación de la moneda local¹⁵, cuántos billetes y cuántas monedas diferentes se emplean, lo que sujeta los procedimientos o algoritmos a cada país, con su propia moneda, a las condiciones sociales donde estos emergen.

A manera de hipótesis, se podría plantear que la diferencia no existe operacionalmente en las calles como “quitar” sino como “adicionar” o como complementar, es decir, la resta en las calles estaría en función de la suma o del complemento, con la restricción que no existe la diferencia.

Los algoritmos de diferencia que manejan los calibradores son dos, aquellos que están dentro del mismo intervalo de medición del tiempo que va de 00 a 59, que es una hora, y hay otro algoritmo que da la diferencia entre un tiempo de un intervalo n y de un tiempo del intervalo $n+1$, con respecto al primero se puede ver la Tabla 2. Estos algoritmos emergen debido a que la actividad está sujeta a la medición del tiempo, en particular por el rango de la hora, están en funciones de minutos y segundos, un factor esencial en el transporte urbano y más aún en la rentabilidad para ambos, calibrador y empresas de transporte.

15 El ejemplo típico es cuando llegamos a la Plaza de Mercado, y compramos varias frutas y la cuenta da \$35.700, el vendedor de frutas da el cambio o vueltos de la siguiente forma: “300 para 36, 4 para 40 y 10 para 50”. Si le preguntamos cuánto tenía que darnos, no lo sabe, pues en su mente la diferencia no existe sino la confianza en el algoritmo escalado, que es absolutamente seguro. Este escalonamiento depende como se dijo, de las monedas y billetes que se usan en cada país, en Colombia, en la actualidad, hay monedas de 50, 100, 200, 500 y 1.000 y billetes de 1.000, 2.000, 5.000, 10.000, 20.000 y 50.000.

Tabla 2. Datos de una columna de una planilla de un calibrador. Primeros cuatro registros.

NÚMERO DE LA BUSETA O EL BUS	TIEMPO DE PASADA	DIFERENCIA CON LA BUSETA O BUS ANTERIOR
480	04	
1328	18	14
1350	22	4
1172	32	10
REGISTROS DE TIEMPOS DE DOS BUSETAS EN RANGO DE HORAS DIFERENTES		
NÚMERO DE LA BUSETA O EL BUS	TIEMPO DE PASADA	DIFERENCIA CON LA BUSETA O BUS ANTERIOR
264	48	4
301	56	8
201	04	8

Para calcular la diferencia entre las busetas 1328 y 1350 la representación del algoritmo, desde lo que se ve en la planilla, es:

$$\begin{array}{r|l} 18 & \\ 22 & 4 \end{array}$$

El “sustraendo” sería el 18 (que simbolizaremos por S) y el “minuendo” el 22 (que será M) y la “diferencia” el 4 (que será D), pero el primero se ubica arriba y no abajo como sucede con el algoritmo escolar. Si trasponemos el orden de este algoritmo al escolar, quedaría de la siguiente forma.

$$\begin{array}{r|l} -18 & \\ 22 & 4 \end{array}$$

El otro caso es el cálculo de la diferencia de dos datos en rangos de horas diferentes, o sea, cuando el tiempo de una buseta está en el rango de una hora y la que la sucede marca en la hora siguiente.

La diferencia entre las busetas 301 y 201 es de 8 minutos porque la primera pasó a los 56 minutos de la hora anterior y la buseta 201 pasó

a los 4 minutos de la hora siguiente. El algoritmo de diferencia, que hasta el momento es en L, no es similar al del primer caso (cuando ambos tiempos están en el rango de una misma hora). Este proceso, tal como se ve en las planillas es el siguiente.

$$\begin{array}{r|l} 56 & \\ 04 & 8 \end{array}$$

Es notable que ni $56 - 04$ ni $04 - 56$ darían 8, pues lo que hay mentalmente, es la diferencia de 60 y 56 más la diferencia entre 04 y 00. Así que aquí se puede notar la influencia de la actividad, que está sujeta a variables de una macroactividad que es el transporte urbano de pasajeros, en tanto condiciona el cálculo de la diferencia a partir de una lógica que no es empleada en el aula de clases.

Otro proceso que se marca en la segunda columna son los minutos del intervalo $[0, 9]$ precedidos por cero, pero no la diferencia entre ellos. Es decir,

$$\begin{array}{r|l} 04 & \\ 08 & 4 \end{array}$$

La escritura del sustraendo en este caso, que sería 04, el cual es leído “a cuatro”, tiene una escritura de segundo de reloj digital, pero la diferencia no, que es escrita en una representación de cantidad. En síntesis, podríamos atrevernos a simbolizar el algoritmo de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r|l} S & \\ M & D \end{array}$$

Advirtiendo, que casi todos los calibradores consideran que S y M son sumandos y D es la suma o el total. Esto es de gran importancia, porque la lógica escolar ve a S como sustraendo, M como minuendo

y D como la diferencia. Cuando S pertenezca a una hora anterior y M a la hora siguiente, la diferencia D se obtendría mentalmente de la siguiente forma:

$$D = (60 - S) + (M - 00)$$

Donde el 00 juega una especie de sustraendo neutro que sirve para indicar que M pertenece a otro intervalo de tiempo, al intervalo de tiempo siguiente de S. Visto de otra forma sería:

$$D = (S + b, \text{para llegar a } 60) + M$$

Donde b es el complemento de S para llegar a 60. También se pudo encontrar, en otras planillas de calibradores, otros algoritmos y otros ordenes que revisten un interés único. La Figura 12, muestra este descubrimiento.

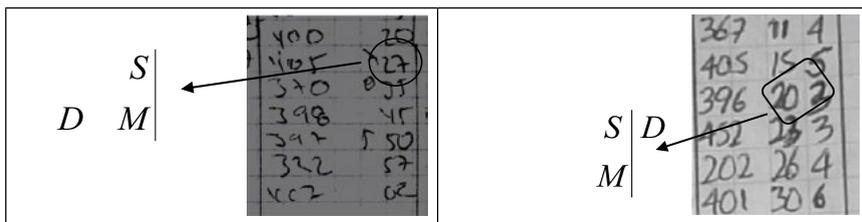


Figura 12. Otras alternativas de ordenar la diferencia de tiempos

En síntesis, fueron tres organizaciones del algoritmo que se encontraron, tal como se muestran a continuación:

$$\begin{array}{c} S \\ \hline M \end{array} D \qquad \begin{array}{c} S \\ \hline D \quad M \end{array} \qquad \begin{array}{c} S \quad D \\ \hline M \end{array}$$

Pero, ¿por qué aparecieron estos algoritmos?, ¿por qué se organizaron de esta manera? La tensión social, producto del desarrollo económico local, jugó un papel esencial: fue la solución al problema que encontró el calibrador de organizar muchos datos de una forma efectiva, confiable

y que le permitiera darle respuestas a los choferes, en un muy corto tiempo, lo que conllevaría a que estos obtuvieran información para la toma de decisiones.

Hoy día, a medida que los transportes masivos se apoderan del transporte urbano en las ciudades, los calibradores son obligados a desplazarse a zonas periféricas de la ciudad y muchos de ellos han perdido sus empleos por esta política de desarrollo económico no incluyente. Esto implica que estas formas que hemos venido analizando de hacer, pensar y comunicar una matemática, tiende a desaparecer, incluyendo su potencial pedagógico que está a merced de la educación matemática. Se desarraiga tanto el saber matemático comunitario como el conocimiento matemático del sujeto de la actividad. Si el deseo es dejar una ventana abierta para buscar ese potencial, una de las rutas es la planteada por Bishop (1999): *buscar las similitudes*.

Medidas y unidades de medidas en la extracción de la venta de piedra-tablón y la tensión con la Ruta del Sol



Figura 13. Foto ganadora en el Concurso de Fotografía “Matemáticas en el contexto” en el marco de la 28 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, RELME 28. Barranquilla, 2014

Los mineros de la piedra-tablón¹⁶, se encuentran en el corregimiento El Naranjo, perteneciente al municipio de Dagua, Valle del Cauca, Colombia. Son una comunidad de alrededor de 300 personas que llevan más de 65 años extrayendo lajas de piedra-tablón, y en consecuencia, la fuente de desarrollo económico de la comunidad es justamente este tipo de minería. Son hombres fuertes; trabajar la piedra implica esto. Es una comunidad muy amable y solidaria.



Figura 14. Frentes de trabajo abandonados

Al fondo de la Figura 14, se pueden observar dos frentes de trabajo¹⁷ de los mineros, que ya no pueden explotar porque el consorcio que

16 Nenserbeth, un minero de 64 años de edad y 45 años de experiencia. Manifiesta que la mina surgió por un regalo de un señor a su padre. Pues este le regaló unas tierras, que no sabía qué hacer con ellas y un día su padre notó una piedra diferente, que algo se podía hacer con ella.

17 Los frentes de trabajo tienen un dueño, porque esta persona decidió trabajar en estos frentes, y se ganó el derecho a explotarlo, y otro minero para poderlo explotar debe pedirle permiso, que por lo general consigue. Entre los mineros hay mucha solidaridad comunitaria.

construye la Ruta del Sol pasó dos túneles por debajo de la montaña. Según la comunidad, este desplazamiento fue prácticamente inconsulto y el Consorcio no tuvo la mejor actitud de negociación y reconocimiento de la tradición de trabajo de esta comunidad¹⁸.

En la misma Figura 14 se puede notar cómo en pocos meses que los mineros no han tocado la montaña, la naturaleza ha empezado a recubrir de verde la superficie, lo que evidencia que la extracción artesanal de la piedra tablón no representa una amenaza al ecosistema y a la naturaleza misma. La parte faltante de la montaña representa alrededor de 50 años de trabajo que le han dado el sustento diario a decenas de familias.



Figura 15. Fragmentos del recorrido hasta uno de los frentes de trabajo

Los mineros tienen varias opciones para llegar a su sitio de trabajo, entre ellos un puente colgante que de manera artesanal han elaborado, hecho a base de guadua, cables, tirantes y que ha sido destruido varias

18 En las palabras de un viejo minero se puede notar esto: "Oiga, yo jamás pensé que ese humo me iba a poner a llorar, casi me ahogo". Haciendo referencia al gas lacrimógeno que empleó la policía antidisturbios. ¿Por qué el Gobierno trató a estas humildes personas de semejante forma?, ¿acaso no le salía más rentable hablar y negociar y de paso respetar su dignidad laboral y humana? Otro minero experimentado informó lo siguiente: Mientras yo estaba trabajando en mi mina, los de los túneles pusieron explosivos para seguir abriendo el túnel, a veces colocan una sirena para advertir pero otras veces no, entonces la explosión soltó unas piedras en la parte de arriba y yo estaba colgado, y por esquivar unas piedras que caían, me resbale y caí, por suerte sobre unas ramas y me partí una costilla.

veces por el río. El puente puede sostener hasta cuatro y cinco mineros a la vez. Después de pasar el puente colgante, hay que atravesar el túnel de Los Indios, cuyo piso está recubierto por el humus de los murciélagos y la humedad misma que se filtra por las paredes.



Figura 16. Mostrando la veta de piedra verde

Los colores de las piedras son esenciales y por ellos se configuran los diversos frentes de corte o minas que hay en el sector. Así es fácil encontrar frentes de corte de piedra-tablón amarilla, verde, negra, morada, etc. La Figura 17, muestra la gama de colores, con precios, demandas o usos diferentes.

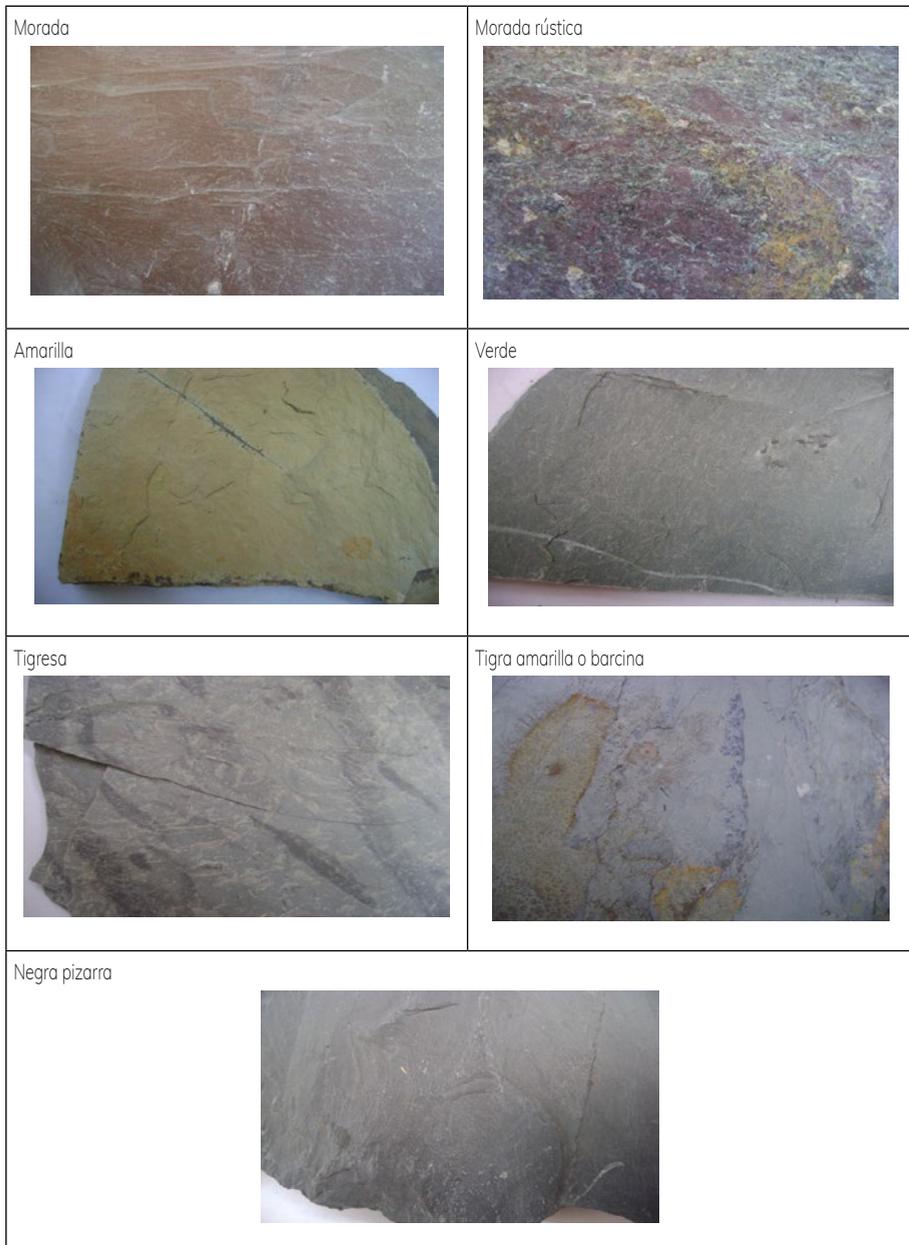


Figura 17. Colores de la piedra-tablón

La piedra que menos piden es la morada; una de la razones es que si se va a usar para enchape de una casa entonces esta quedará de dicho color.

La Figura 18, muestra siete colores encontrados en los recorridos por algunos frentes de trabajo. El señor Nenserbeth iba explicando, entre otras cosas, el orden en que se encuentran en la montaña, de abajo hacia arriba. Habla incluso de la densidad de cada una de ellas y cuál es la más difícil de encontrar.

Entre más se cave en la montaña, la piedra comienza a tener un color más nítido, un color profundo, según los mineros, por el poco contacto que tiene la piedra con el agua, pues el agua mancha el color (lo debilita).



Figura 18. Diversos colores en los frentes de trabajo

Cuando la mina empezó, se trabajaba mucho la extracción de la piedra verde, pero nadie le prestaba atención a otros colores. Esto ocurrió hasta la década de los 70; la demanda de ciudades como Medellín y Cali era muy grande. Luego la olvidaron, para entonces poner de moda la piedra-tablón de color negra oxidada. Este dato fue interesante, pues la demanda sujeta a una “moda” del color de la piedra, implicaba que las estrategias, los cortes, las técnicas, las herramientas, estarían sujetas a los cálculos o estimaciones que los mineros deberían hacer.



Figura 19. Las herramientas de trabajo

Como tal vez se pueda advertir de la Figura 19, hay dos tipos de herramientas, unas que se emplean en la extracción de los bloques en la montaña y otras para partir el bloque en lajas.

Aunque parezca fácil desenterrar la piedra-tablón, es un proceso que requiere un gran esfuerzo físico, pues para extraer los bloques de la montaña, primero hay que trepar; en algunos casos los mineros quedan colgando en una pared de la montaña a decenas de metros sobre la superficie como se puede ver en la Figura 20.



Figura 20. Mineros llegando al punto de corte en la montaña

Cuando se empieza a excavar, da la impresión que no existiera un orden. Pero en la mente de los mineros existe una especie de mapa que van descubriendo a medida que va apareciendo los bloques. Al tener los bloques desprendidos, pueden determinar dónde deben hacer los respectivos cortes; es como una geometrización de la superficie que les permite indicar con la pala por dónde van las líneas de corte y dónde no pueden picar.





Figura 21. Mineros haciendo cortes en la montaña y extrayendo bloques

Después de que los mineros observan la superficie de la montaña, se van dando cuenta dónde deben colocar su cincel, pues no es simple hecho de picar. *El bloque muestra el lado.* La montaña va mostrando los cortes a medida que se quita el escombros. Aquí se presenta una especie de medida tridimensional, pues es notar las líneas de corte lo que lleva al minero por dónde se partirá la montaña internamente. Los bloques que se muestran en la Figura 21, solo son vistos en esta fase en dos dimensiones, la tercera dimensión es imaginada por el minero, y debe extraerla a partir de martillo y cincel. No fue fácil para nosotros “ver” esto. Luego se van sacando *los bloques* que se tiran al fondo de la montaña, directa o escaladamente, o se amarran y se dejan caer suavemente; esto depende de la altura o la topografía¹⁹.

19 El señor Nenserbeth, manifiesta lo siguiente, cuando pueden extraer piedra-tablón de una montaña que esté al lado



Figura 22. Un arrume de bloques de piedra-tablón

Ya en el fondo de la montaña, los *bloques*, que se constituyen en una de las primeras medidas del minero, incluso para negociar con los compradores, son tomados por otros mineros, o los mismos que hicieron el corte, y son arrumados en una parte adyacente y allí cada bloque es partido en *astillas*. Aunque el arrume de bloques también puede ser vendido en esta forma, es un proceso que demanda mucho trabajo por su traslado hasta el punto de carga, y el precio al cual es comprado es menor, una medida que no les conviene a los mineros, pero debido a

de la carretera: En 45 años nunca hemos dañado un carro, por ejemplo, en el frente de trabajo que hoy está cerrado arbitrariamente por el Consorcio, el bloque se "chorrea", es decir, se deja caer por gravedad. Se hacen las señalizaciones en la carretera, cae, se recoge y se da paso nuevamente. Pero jamás le hemos hecho daño a nadie y a nada.

sus necesidades a veces se ven obligados a proceder de esta forma. Así, encontramos en las medidas de las primeras lajas o bloques una relación directa con factores económicos.



Figura 23. Mostrando un bloque mediano

Los bloques, son segmentados en otras astillas más delgadas, y que por lo general dan tres tipos de grosor, estas luego serán llamadas lajas. De un bloque se pueden sacar hasta cuatro astillas de piedra-tablón. La Figura 24, lado derecho, muestra una pulgada empleando una falange distal del pulgar o medio dedo gordo.



Figura 24. Algunas medidas empleadas para la clasificación de la laja

Partir los bloques en astillas es un proceso increíblemente fácil; sorprende ver cómo una piedra-tablón se destapa o abre (Figura 25). Las astillas se clasifican por su espesor. Para enchape, es de alrededor de 1 cm. a 1,5 c.m. Cuando se pide para pisos, la medida que se usa es de una pulgada.



Figura 25. Proceso de extracción de una astilla de piedra-tablón

Para ir sacando la astilla, hay que ir pegándole a ambos lados a la cuchilla para que esta vaya haciendo un corte parejo. El corte se empieza por el lado más grueso, y en este lado es donde se golpea más fuerte la cuchilla.

Un viaje está listo, por ejemplo, cuando hay alrededor de 10 toneladas, que equivale a 50 o 60 cargas en la mula. Una carga son 15 o 20 arrobas, pero el promedio es de 12 arrobas; depende de la distancia donde esté la piedra-tablón para no maltratar mucho el animal de carga.



Figura 26. Acomodación de una carga de lajas en una mula

Un carguero hace más o menos 40 – 50 cargas de corrido. De 8:00 a.m. hasta las 4:00 p.m., y el almuerzo se lo lleva un hijo o la esposa al mismo sitio de trabajo. Los cargueros van acomodando la laja de tal forma que la mula no sufra. Pero además de ello deben ir cargando,

preferiblemente, de manera simultánea para mantener el equilibrio, pues puede ladearse la carga con sus respectivas implicaciones. Entonces mantener el equilibrio es un trabajo colaborativo. Pero en general, hay dos formas de cargar, una que sean los dos cargueros quienes toman astillas más o menos similares a las que se van cargando del otro lado. La otra forma, si solo hay un carguero, es cargar unas pocas lajas de un lado y luego lo hace del otro y así sucesivamente.



Figura 27. Llevando una carga al punto de carga

Del otro lado del río Dagua, cuya corriente no se puede subestimar, queda el punto de carga. Cuando el río crece, lo que sucede de manera regular, hay que pasar la piedra al otro lado del río por medio del puente que queda más distante, lo que implica más trabajo.



Figura 28. Medición por metro cuadrado o por metro lineal

Cuando se han hecho los arrumes en el punto de carga, se hace la medición por medio de un metro cuadrado que otros llaman también metro lineal. Con esta medida se hace la venta y se puede saber más o menos cuántas toneladas se están cargando y comprando. Esta medida tal vez es la más importante y especial en la minería de la piedra-tablón. Y para los ojos del educador matemático o etnomatemático tiene un potencial pedagógico enorme.



Figura 29. Punto de carga de camiones. El cargadero

Los mineros llegan con sus mulas desde los siete frentes de trabajo, y van acumulando en sus pilas sus lajas en el punto de carga, donde las transacciones se hacen bajo la ley “dando y dando”. Sin embargo, se puede notar que hay muchos arrumes de piedra-tablón hacia el fondo de la Figura 29, pues desde que había empezado la excavación de túneles también había empezado la competencia desleal de unos cuantos que vendían la piedra-tablón a precios muy por debajo de los establecidos por los mineros.

El respeto prima en todos los sentidos en el punto de carga. Nadie le roba a otro su trabajo. Hay algunos mineros que solo sacan un solo color porque ese es el tono que da su mina.

Al fondo de la Figura 29 se ve una pequeña parte de las transformaciones que ha hecho el Consorcio para darle paso a la Ruta del Sol.

Es poco lo que se desperdicia en la extracción de la piedra-tablón. También los mineros venden el *ripio*, o los fragmentos que sobran al momento del corte de las lajas. Sin embargo, esta medida no es muy rentable y se va dando por residuo de la actividad.

Se puede agregar que la comunidad piensa en estos momentos en buscar más alternativas para explotar la piedra-tablón, en artesanías o presentaciones. Y fortalecer sus procesos de mercadeo y negociación de su principal producto de subsistencia.

MEDIDAS Y UNIDADES DE MEDIDAS DE LOS MINEROS DE LA PIEDRA-TABLÓN EN LAS TENSIONES CON LA RUTA DEL SOL

Haciendo un resumen sobre los términos encontrados que denotan una medida o unidad de medida, aunque a veces no era sencillo establecer los límites entre estas dos representaciones matemáticas²⁰, se pudo encontrar lo siguiente:

- Un *mapa mental de la superficie*, modelación de la montaña que devela los cortes.
- El *bloque*, como una unidad de medida rústica para la extracción de astillas.
- La *astilla*, de la que a su vez se pueden extraer tres tipos de *lajas* según el grosor.
- El *grosor* es esencial para determinar el tipo de aplicación.
- Una *carga*, lo que soporta una mula; aproximadamente una *arroba*.

20 Kula (1980) ha mostrado como los procesos de medición han sucedido en toda la humanidad, manifiesta que cada objeto debe ser medido con una medida diferente, y ninguna de ellas es reducible a las demás. Sin embargo advertimos de las limitaciones de estos de las medidas "diferentes para cada objeto", pues se trata en el fondo de un proceso de comunicación entre los saberes matemáticos comunitarios. Es necesario que existan las equivalencias para que los sistemas de medidas empleados en cada comunidad puedan dialogar, ponerse en comunicación.

- Una arroba equivale a 25 libras.
- El ripio, fragmentos que sobran en la extracción y son clasificados según sus tamaños.
- El metro *lineal* o *cuadrado*, siendo esta la unidad de medida característica de la actividad de la minería de la piedra-tablón²¹.

¿Cómo afectan los cambios de “progreso” del país, por medio de la construcción de la Ruta del Sol, al conjunto de estas medidas o unidades de medidas? En este caso, toda la etnomatemática está amenazada, todo el saber matemático comunitario está propenso al desarraigo. Para el año 2012 este estaba amenazado por dos situaciones: una, por la construcción de la carretera Ruta del Sol pues a los mineros se les habían restringido algunos frentes de trabajo, y por otro lado la ruta del tren que está en la parte detrás del caserío; se hablaba en ese momento de restricciones administrativas para seguir trabajando en la zona. Vemos cómo tensiones externas, bajo el slogan del desarrollo económico regional (las vías del tren) y nacional (la Ruta del Sol), podrían conllevar al desarraigo de la etnomatemática. Así, los procesos mentales y representaciones del saber matemático comunitario como mapa mental de la superficie de la montaña, el bloque, el grosor, la astilla, las lajas, carga, arroba, ripio y metro lineal, en su mayoría desaparecerían porque son exclusivamente procesos y representaciones de una actividad específica, la extracción de la piedra-tablón.

21 Al caracterizar el sistema de medidas de los mineros de piedra tablón, seguimos percibiendo el enorme potencial pedagógico de estos recursos, representaciones, estrategias, medidas, unidades de medida, longitudes, estimaciones y sus potenciales aportes a la educación matemática escolar contextualizada. Seguiremos insistiendo de ese potencial pedagógico de estos hallazgos en la investigación etnomatemática, pues si podemos buscar las similitudes, Bishop (1999), del sistema métrico de los mineros de la piedra tablón con el sistema métrico escolar es un logro más para la educación matemática contextualiza. No en vano hemos insistido que la postura didáctica del Programa Etnomatemática se debería basar en una enseñanza paralela y comparativa, (Aroca, 2016a, 2018 y Morales, Aroca & Álvarez, 2018).

Con respecto al sistema de medidas en sí, se puede notar que esta es una actividad que poco emplea las medidas antropométricas. Las medidas se han establecidos a partir de las características del trabajo y del objeto manipulado. Es por ello que encontramos los términos de *bloque*, *laja*, *astilla*, *carga*, etc., cuyo significado en la práctica denota una cuantificación, derivan de la manipulación de la materia prima de la actividad concreta. Es decir, el producto comercial de la actividad que se obtiene por medio de procesos cualitativos y cuantitativos como color de la veta, textura de la piedra y accesibilidad, implica la aplicación de un saber matemático comunitario y de conocimiento matemático del minero que a su vez produce lenguaje, técnicas y procesos mentales propios y relacionados con el producto final de la actividad. Por ello, si una presión externa acaba la actividad, desarraiga el lenguaje, las técnicas y procesos mentales de la etnomatemática.

Las tensiones sociales, bajo la bandera del desarrollo, actúan sobre este sistema métrico empleado en la extracción de la piedra-tablón, según la demanda y la moda (en términos de los mismos mineros). Si el precio de la demanda está muy bajo, en algunas ocasiones los mineros deciden solo vender en bloque; si la demanda está sobre un color en particular, entonces ello conllevará al diseño de diversas estrategias, en cuanto a distancias recorridas para llegar al frente de trabajo, empleo de medios de transporte del mineral, estrategias de encaramo en la cima de algunas montañas, en algunos casos literalmente quedan colgados de la montaña mientras pican. Si la piedra que piden es para enchape, entonces la laja se astilla en un determinado grosor o son seleccionadas de un arrume en particular. Esta selección proviene de la medida al ojo, *ad óculos*, siendo un proceso de estimación visual que le permite al minero de la piedra-tablón poder hacer selecciones de laja que “quepan” en un rango de medida en particular.

Por último, queremos mostrar unos fragmentos de conversación con tres mineros que recogen algunos de los temas anteriores y presentan otros datos matemáticos que son esenciales para la extracción de la piedra-tablón.

Cálculo de una tonelada de piedra-tablón

Conversación con minero 1

- ¿Cómo calculan ustedes una tonelada?
- Nosotros tenemos un promedio por peso, o sea 45 metros equivale a una tonelada de peso, un metro cuadrado tiene aproximadamente 30 o 40 kilos.
- ¿Cuál es ese metro?
- Este es el metro cuadrado.
- Procedemos a hacerle el lleno.
- Entonces aquí, ¿cuánto hay en promedio de peso?
- En promedio hay 30 kilos.

Conversación con minero 2

- ¿Usted va midiendo la tonelada al ojo o con el metro cuadrado?
- No, cuando le mandan a uno el carro o le piden a uno un viaje, entonces uno viene y llena el carro hasta que haga juuuu, entonces uno deja de cargar, entonces en Medellín lo meten en la báscula, descargan, vuelven y lo meten vacío y saben cuántas toneladas lleva.
- ¿Entonces usted confía en el dato que le dan en Medellín?
- Si, uno confía, y si uno desconfía entonces lleva el camión a Buga, lo mete en la báscula y llama y da el dato.

- Ah, usted no pesa aquí.
- No, aquí no tenemos báscula.
- Pero usted sabe más o menos cuánto pesa el camión
- Sí, con 41 y 46 años aquí de trabajo, uno ya sabe cuánto lleva el carro. Aquí hay muchachos veteranos en esto y ellos dicen: ese carro va con 11 toneladas y se pierde por poquito, kilitos, se pasan o los que faltan.

Espesores

Conversación con minero 1

- ¿Cuál es la piedra-tablón más delgada que pueden obtener?
- La de 8 milímetros.
- ¿Y la más gruesa que le piden cuánto mide?
- Depende el pedido, porque a veces la piden en bloque de 10, 12, 15...

Conversación con minero 3

- Cuando le piden a uno en bloque, es en bloque como la están sacando unas bestias ahora, esa la llevan a la máquina para tabletearla.
- ¿Y esa en bloque qué grosor tiene?
- La medida en que uno la pueda manejar, salen bloques de 5 o 6 toneladas.

Conversación con minero 3

- ¿Usted cuántos grosores conoce de la piedra?
- Espesores.
- Sí, espesor, espesor.
- Pues se han utilizado tres tamaños, lo que es para el enchape es uno, que está...
- ¿Y cuánto tiene ese espesor?
- Tiene un centímetro o centímetro y medio.
- ¿Y así es que se usa?

- Sí, para enchape
- ¿Qué otro?
- Cuando se utiliza para piso se usa de pulgada.
- ¿Y la pulgada más o menos de qué ancho es?
- Es así. Es lo que marca una pulgada.
- Esto es una pulgada.
- O sea, usted marca la pulgada con esta parte del dedo
- Sí, esa es la tradición, ¡una pulgada! Véalo.



Figura 30. Indicación del espesor de una pulgada en una piedra-tablón

Rentabilidad

Conversación con minero 1

- ¿Cuál es la piedra más rentable para ustedes?
- La rajada.
- Y la rajada de cuánto es el grosor.
- De 8 milímetros.
- ¿Hasta cuánto?
- Hasta 10 milímetros.
- ¿Cómo se saca en la montaña?
- En la montaña se saca en bloque de un tamaño como lo pueden ver aquí, de este tamaño, ya seleccionado a este nivel, ya se procede a rajarlo, se raja de esta manera. De un bloque se pueden sacar cuatro astillas o lajas.

Para yo iniciar la extracción, como tal, debo identificar unos segmentos, esto viene por bloques.

- ¿Pero ustedes en el lenguaje popular hablan de segmentos?
- Ah no, pues...
- Trata de no hablarme con ese lenguaje técnico sino como el lenguaje de la mina del Naranjo.
- Bueno, las vetas pues. ¿Pastor cómo se llama esto... cuando el corte va así cruzado?
- La pega!, la pega!
- Hay que buscarles las pegas, porque ellas vienen cruzadas

Conversación con minero 2

- Usted se sube (a la montaña) y usted en mediodía (de trabajo) puede arrancar medio viaje, de por sí es más débil (la piedra que está en la parte de arriba de la montaña), más floja.
- Esta es más sólida.
Usted en un día arranca medio viaje de piedra manchada, es más fácil, porque es frágil.

Las herramientas

Conversación con minero 1

- ¿Qué herramientas usan aquí?
- Las porras o masetas, cincel, la barra.
- La barra cómo se usa.
- Cuando yo aflojo el bloque, le meto la barra y lo bloqueo para el derribamiento la barra se usa para desprender el bloque.
- ¿Qué otras herramientas hay aquí?
- Estas son las herramientas que usamos aquí.
La pala, la carretilla, y esto ¿qué es?
Ah, esto es un azadón para arrastrar tierra.

- O sea que las herramientas que ustedes utilizarían son una pala, un asadón, una barra, una porra, un cincel, en esta zona.
- En esta zona de despegue.

Los siete colores de la montaña

Conversación con minero 1

- ¿Los siete colores tienen igual desprendimiento, es igual la técnica?
- Sí, es la misma técnica para todos.
- La negra se da en la parte de abajo y ¿la amarilla y la verde?
- Están más altas.
- ¿Los otros colores dónde están ubicados?
- Bueno, la morada y la negra van casi a la par... van las vetas en zonas bajas, sí, los colores más escasos son la verde y la amarilla.
- ¿Por qué?
- Por la misma altura.
- ¿Y usted por qué cree que están ubicados de esa forma los colores?
- Porque Dios lo quiso así (risas)
- ¿Cuáles son las piedras más escasas?
- Son la amarilla y la morada.
- Entonces, estas dos piedras se encontrarían en la parte de abajo... y si me clasificas por orden, ¿cuál estaría de abajo hacia arriba en la montaña?
- Amarillo arriba, le sigue morada lisa, verde,... esa es la escala del color.
- ¿Y estos dos colores dónde quedarían?
- Esta morada rústica es más en el suelo
- ¿Y esta?
- Esa estaría intermedio entre estas... prácticamente este es el orden de las vetas.
- Estos serían los colores de la montaña.



Figura 31. Los siete colores de la montaña

Conversación con minero 3

- ¿Y el color a medida que van entrando en la montaña es más fino?
- Es más fino, es más definido, más nítido.
- La negra es más negra, la verde es más bonita... entonces es un color profundo.

CAPÍTULO IV

Modelación en los diseños en madera. Tensiones con la Ruta del Sol y la deforestación*



Figura 32. Tienda de Santiago a orillas de la carretera la Ruta del Sol

* Este capítulo toma como referencia un artículo de mi autoría: Aroca, A. (2016). Modelación matemática situada en un oficio. El caso de artesanos de la madera. *Act. & Div. Cient.* 19(1):227-235. Así que varios momentos de este capítulo coinciden con este último artículo. Se adaptó el artículo para el enfoque de este libro, se enriquecieron algunos momentos, se incorporan algunos diálogos con artesanos de la madera, se incluyeron nuevas imágenes y se hizo un análisis más detallado en algunos temas.

Siguiendo esta ruta etnomatemática, ya más próximos a Buenaventura, contacté a dos de los tres artesanos de la madera que están ubicados a la orilla de la carretera que se ampliaba a cuatro carriles para poner en marcha el Tratado de Libre Comercio entre Estados Unidos y Colombia, la Ruta del Sol. Estos artesanos residían en casas dispersas a la orilla de esta carretera, que están adscritas al corregimiento de Córdoba, en el departamento del Valle del Cauca, Colombia. Para ese entonces quedaban solo tres artesanos de la madera, entre ellos Serafín y Santiago. Los objetos que ellos construyen en su mayoría se emplean como utensilios de cocina; también como adornos o complementos para adornar la mesa del comedor o la cocina, paredes; como utensilios de coreografía de danzas tradicionales; remos de canoa; molinillos; bateas pequeñas y grandes y redondas o cuadrada; cucharas de varios tamaños y capacidad; tenedores; rodillo; mazo para machacar la carne, bateas, tablas para picar, tabla batea, cuchillos para adornos y más cosas. En síntesis estos objetos se podrían clasificar en cuatro tipos: 1. Incidentes, aquellos que fueron pensados mentalmente para actuar sobre algo, como por ejemplo un molinillo o un tenedor, que sirven respectivamente para batir el chocolate o voltear la carne que se asa. 2. De capacidad, aquellos que sirven para depositar algo en ellos, como por ejemplo una batea²². 3. Mixtos, tanto incidentes como de capacidad, como una cuchara. Y, 4. De funcionalidad estética o recreativa, que podrían ser todos los objetos anteriores pero que se emplean solo como adornos, juegos o complementos coreográficos.

22 Sin duda alguna, alguien podría decir que la batea sirve para incidir sobre algo, por ejemplo, cuando golpeamos la cabeza de alguien con una batea, pero estamos precisando sobre el uso, su funcionalidad que fue pensada por el artesano de la madera, es decir, el modelo mental.



Figura 33. Santiago (izquierda) elaborando un tenedor de una uña. Serafín (derecha), elaborando un mecedor

FACTORES QUE INCIDEN EN LA CONFIGURACIÓN DE LA FORMA

Se podría concluir que hay cinco factores notables que conllevan a la forma de los objetos analizados. Estos son: el proceso de abstracción; las técnicas de corte; raspado y pulimento de la madera; el empleo o uso de las herramientas y por último, un factor intangible al igual que el primero, que condiciona a todas las anteriores, las necesidades, placeres y tradición del entorno sociocultural próximo donde el artesano se encuentra inscrito, cuyas relaciones se pueden concluir de Flores (2008).

MODELACIÓN E HISTORIA DE VIDA

Le pregunté a Serafín cómo había aprendido la actividad y cómo había empezado a organizar su trabajo. Así respondió:

Vi a un primo mío, que trabaja acá arriba en esto, y un día llegué como usted llegó ahorita, estaba trabajando y yo me puse a mirarlo, y si... dije yo, yo también puedo hacer

eso. Y aquí había uno que era antiguamente trabajador de la artesanía, entonces yo me puse a conversar con él. Cómo hago yo pa' aprender estas cosas. Y me dijo: nooo... aprendes... tené este formón y esta azuela y te ponés a practicá. Y verdad, me fui al monte y corté mi palo y saqué la batea, mi primera bateíta, una pequeñita así, y me puse a trabajarla, y verdad... y salió preciso. Y la primera batea, me acuerdo, que hice, me la compró una cuñada, taba yo trabajándola en mi casa, cuando llegó ella y dijo y esta cosita tan bonita, véndame una... y yo le dije ahí está, en ese tiempo se vendían sino a \$500 o \$400, y ahí me quedé, y me fui aprendiendo, y la batea redonda no tenía idea pues, y un día le dije a unos muchachos que sabían... vamos pal monte a sacá unas bateas que yo necesito y nos fuimos y si tumbamos el palo, el árbol grande y ya empezaron a trabajar y yo mirando, si sacamos batea, sacaron a mí y trajimos pa' la casa y ya llegué al otro día y dejamos el palo tumbao, y yo si así es... yo mañana me voy con mi hacha y saco batea y me fui!! (risas), verdad!!!, y pin pin, ¡me traje tres!, cuando vieron los muchachos las tré bateas que traía, me dijo ¿¡vos que no sabía pues!? Pues yo no vi ayer como hacían. Luego le pregunté: ¿o sea usted hacía las bateas allá en el mismo monte? Allá en el mismo monte, uno la trae amolda, como pongamos así (me muestra un tronco partido a la mitad y con la longitud similar a una batea).

De la descripción anterior se puede entonces concluir que hay algunos factores, que no necesariamente tendrán el mismo orden, que rigen un proceso de modelación que conlleva a un objeto tallado: 1. Observación como proceso de aprendizaje. 2. Ensayo, error y perseverancia, como sumario de optimización de los procesos, la etapa más crítica en cuanto al desarrollo y empleo de herramientas y por ende desarrollo

de la abstracción y empleo de pensamiento matemático. 3. Lenguaje de explicación que no necesariamente es verbal y más aún ágrafo, en su mayoría es gestual o de acción de trabajo, por lo general se enseña haciendo, y cuando este lenguaje de enseñanza es verbal es a base de instrucciones *a priori*. Estas conclusiones se repiten en otras prácticas sociales y que no necesariamente son estrictamente secuenciales, lo que se puede notar por ejemplo en trabajos de Gerdes (1994, 1995, 2002, 2010, 2012, 2012b) y Aroca (2008, 2009, 2012). Cuando en algunos casos, muy concretos, un artesano le pide explicación a otro más experimentado para tallar cierto objeto, esto sería un nuevo proceso de modelación en la elaboración de dicho objeto.

DESDE EL ÁRBOL, TRONCOS SIN FORMAS HASTA EL MODELO VISIBLE

Serafín va al monte a buscar que el árbol sea de Caimo o Caimito, Sande o Anime, nombres locales de algunos árboles. Solo lleva el hacha, lo tumba y si es el caso se trae troncos o moldes (el estado rústico de la forma) y poco a poco, por cada día, se va trayendo el árbol completo. Estos troncos son los que anteceden la preforma. La preforma tiene dos parámetros básicos y únicos, asignados por el artesano, que son esenciales para todos los objetos que se deseen tallar, el diámetro y el largo, pues todos estos objetos se obtienen de maderos cilíndricos. En consecuencia, da la sensación de que existiesen tres estados, uno rústico, la preforma básica y la forma en: el estado rústico solo hay un cilindro que tiene escasamente la longitud del objeto mental y al momento de ser tallado el artesano puede cambiar su decisión sobre el objeto a tallar, mientras que la preforma básica ya tiene dos dimensiones, lo que implica que el objeto mental ha comenzado a tomar forma. Sin embargo, la forma puede ser definida en la finalización del proceso de tallado y no necesariamente responderá al modelo inicial. El segundo nivel de la preforma, puede ser obtenido por medio de la referencia.

Por ejemplo, si Serafín quisiera hacer alguna batea pequeña o bateíta, entonces toma una bateíta y la usa como patrón de medida, tal como se muestra en la Figura 34, pero si no la tiene a la mano, entonces lo hace por estimación, al ojo. Cuando existe entonces el objeto de referencia, hay una especie de círculo de elaboración, pues el objeto acabado es el que conlleva al segundo nivel de la preforma.



Figura 34. Cortes del tronco para obtener moldes de bateítas. Marcación adversa tomando como referencia la longitud esencial de la forma

Después de marcado el tronco en la parte superior, Serafín lo voltea y hace el mismo procedimiento. Es aquí cuando se puede entender el por qué es necesario abrir el tronco a la mitad, pues se necesita que una parte quede convexa y la otra plana para que sus partes o cortes vayan tomando el molde o forma de la batea.

Luego, donde hizo las marcas de la longitud de la bateíta, procede a ahondar más el corte usando el machete. La función del machete en este momento, es abrir una ranura donde la parte afilada del hacha

pueda entrar y cortar hasta el otro extremo. A este proceso Serafín lo llama *sacar la tapa*. De aquí en adelante, se procede entonces con el uso de otras herramientas para cortes más precisos, lo cual implica la visualización de la abstracción de la forma. Este proceso no es rígido, pues en un momento determinado el artesano puede tomar la decisión de cambiar pequeñas características de la forma general a partir de los mismos estímulos que le brinden la forma del tronco o los cortes que vayan apareciendo.

En el caso de Santiago, cuando este ha obtenido en el monte una *batea amoldada*, la toma y la coloca en la mesa de trabajo o sobre sus piernas y hace centro con un compás grande y de hierro, le pone el seguro a uno de sus extremos y traza una circunferencia a lo que ellos mismos denominan *cuadro*. Este cuadro (que es una circunferencia) es la curva de referencia que le permitirá comenzar a cavar con un machete la cavidad semirredonda de la batea. La elaboración de una batea demora alrededor de tres horas. Después de cavar cierta parte con el machete, se toma un tercer instrumento, la azuela, la que permitirá darle mejor textura a la madera y realizar cortes que con el machete no es posible. Cada herramienta se va turnando en el desarrollo de los elementos característicos de la forma. Para redondearla entonces se toma la azuela. Por último aparece la lija, solo para darle mejor textura y hasta color homogéneo a la forma del objeto tallado. En este proceso son evidentes algunos procesos de abstracción que van desde la observación del tamaño del tronco cortado hasta los posibles objetos que se pueden tallar. Estos niveles se podrían sintetizar de la siguiente forma: el primero que se desarrolla en la selva, cuando ante los ojos hay un tronco o pedazo de rama, el artesano estima qué objetos puede sacar de él, que no siempre son los mismos. Para este caso escogió sacar una batea redonda, en consecuencia procede de una manera muy rústica, empleando el hacha, cortando trozos cilíndricos o tubulares de la rama o el tronco, luego los parte por la mitad

más larga, encontrando así varias tapas o bateas amoldadas. En estos momentos ha definitido por medio de cortes los elementos que son propiedades únicas de una forma por lo que no podrá sacar de esa preforma otros objetos que también construye.

Cuando se trata del tallado de la parte de abajo, es decir, la parte semicilíndrica de la batea amoldada o tapa, el proceso de abstracción es todo lo contrario a lo que hace del otro lado, mientras en este pensaba en ir hacia un punto o línea a medida que iba cavando, lo que genera la concavidad, ahora le toca pensar en un soporte y luego en una convexidad parcial. El soporte donde se sostendrá la batea y luego, siempre y cuando sea rectangular el tronco, se hace la convexidad parcial. Pero si es una batea de concavidad circular piensa en una noción de punto, en *ir al centro*. Estas referencias de puntos o líneas son las abstracciones que se hacen sobre características internas que adquieren los troncos o tronquitos cuando se toma la decisión sobre una forma en particular y se le da entonces una correspondencia simbólica de algún objeto, cuando el tronco deja de ser tronco y se ve otra cosa, podemos ir viendo la Figura 35 para ir creando una asociación visual de lo anterior.

La definición del contorno superior de la concavidad de la batea, por medio del tallado, tiene dos implicaciones: en primer lugar si la tapa tiende a ser más rectangular entonces se trata de cierta manera inscribir dos figuras, una elipse o un rectángulo, si la batea es cuadrada o alargada, todas en la superficie plana del semitronco; pero si la superficie tiende a ser cuadrada entonces se trata en cierta manera de inscribir una circunferencia. El siguiente nivel es la abstracción o imaginación del hueco de la batea, el cual debe ir cavándose hacia el centro, lo que implica una construcción rústica de la convexidad, característica de este objeto. Esta convexidad rústica es obtenida empleando un machete y depende de tres tipos de concavidades:

1. *Una concavidad de contorno rectangular.* En este tipo de hueco se tiene como referencia mental una línea central, dentro de la madera, es decir, hacia ella apunta el machete a medida que va cavando.
2. *Una concavidad de contorno elíptico.* En este tipo de hueco se tiene como referencia mental una especie de canal central, y
3. *Una concavidad de contorno plenamente circular.* En este caso la referencia mental es una noción de punto central, hacia donde apuntan los cortes del machete.

Dado este nivel de la forma, se proceden a delimitar pequeñas partes de este elemento característico de la estructura empleando una azuela, lo que conlleva que la superficie cóncava adquiera una mejor regularidad superficial hacia al centro lineal o puntual.

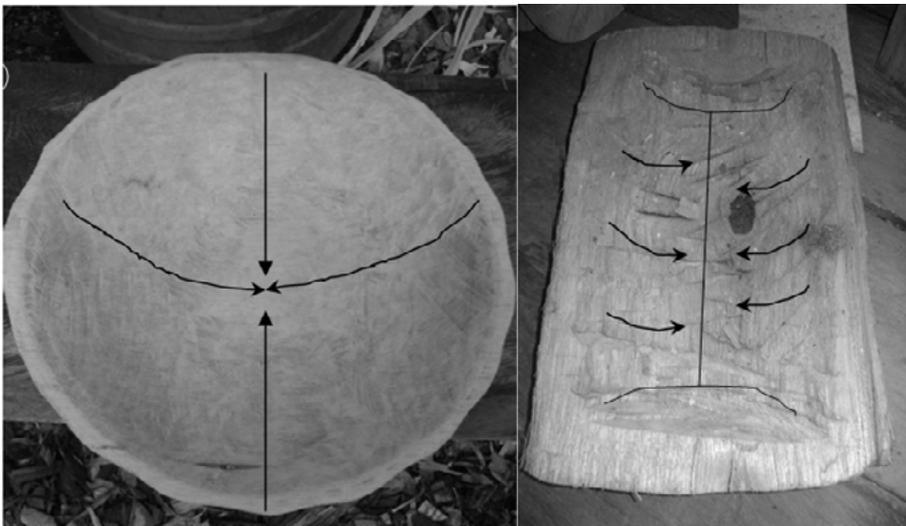


Figura 35. Otros niveles de abstracción de la batea. Direcciones de cortes hacia adentro

Como aspecto complementario al proceso anterior descrito, se puede tener en cuenta el siguiente fragmento de una conversación con el artesano Santiago(S)

- E: Cuando usted ve el tronco, ¿sabe de inmediato qué se puede sacar de ahí?
- S: Ah, sí, ya se sabe. Si sale un mecedor, si sale un molinillo, una batea...
- E: ¿Y cómo sabe usted eso?
- S: Se sabe por la forma en que está el tronco.
- ¿Cómo así? ¿Es por el tronco o por lo que usted ya sabe antes de llegar al árbol?
- S: Por ejemplo. De tronquito pequeño hacemos un molinillo. Un tronquito más grandecito, podemos rajarlo, y hacer una cuchara y un mecedor, si el tronco es más grueso podemos sacar una tabla batea, si es más grueso sacamos una batea larguita y si es grueso-grueso sacamos una batea redonda, según el grande.
- E: ¿Pero usted va al monte, usted lleva en su mente lo que quiere ir a buscar o es cuando llega al árbol, y dependiendo entonces del ancho del tronco y las ramas son ellas que le dicen a usted es mejor sacar esto y esto otro?
- S: Uno tiene que llevar a qué va, pongamos, yo necesito aquí en el puesto tres bateas redondas, por decí algo, yo cojo mi hacha (pega una palmada), me voy a la montaña, busco el palo especial, porque un palo debe ser grueso.
- E: ¿Y usted solo se trae ese árbol?
- S: No no nooo, uno tumba el árbol y va sacando partes, cada día que va saca una parte, traerse el árbol completo se puede demorar unos 15 días, según; me traigo a hombro.
- E: ¿Se trae los troncos?
- S: No, bueno, depende, estos troncos que usted ve ahí me traigo a hombro, si son muy grandes me los traigo en pedazos, los pedazos como con el molde de lo que voy a hacer.

Por lo menos en la mente de Santiago hay cinco clasificaciones de las formas que desea tallar a partir de la longitud y grueso del tronco. 1. Aquellos que se pueden sacar de un tronquito pequeño. 2. Aquellos que se pueden sacar de un tronquito más grandecito. 3. Aquellos que se pueden sacar de un tronco más grueso. 4. Aquellos que se pueden sacar de un tronco más grueso que el anterior y 5. Aquellos que se pueden sacar de un tronco grueso-grueso. Estas clasificaciones serían entonces las siguientes.

- Tronquito pequeño {1}
- Tronquito más grandecito {2}
- Tronco más grueso {3}
- Tronco más grueso (que el anterior) {4}
- Tronco grueso-grueso {5}

En {1} y {2} no se pueden tallar objetos que sirvan como recipientes o que por lo menos tengan algún tipo de concavidad, excepto la cuchara que es una forma híbrida entre los dos tipos de objetos que se describen. La diferencia que existe entre estas dos primeras clasificaciones es de escala, más grande o más pequeño, más ancho o más delgado, más plano o más grueso. Estos troncos son los que producen un objeto de incidencia. {3}, {4} y {5} son clasificaciones de objetos que tienen capacidad. Sin embargo, según lo que plantea Santiago, habría tres clases de clasificaciones a partir de las dimensiones, pues {1} y {2} tienen una relación directa; hay elementos de comunicación entre ellos, donde {1} sirve de referencia para clasificar {2} y viceversa. {3} y {4} se comportan de la misma forma que las dos primeras, pero no tienen referencias explícitas entre ellas, implícita sí, pues para poder llegar a cada clasificación esta se hace de manera interdependiente y jerárquica, siendo la dependencia explícita o implícita. Y una tercera clase es {5}, que tiene una clasificación explícita y que puede darse con la mera medición de una braza circular empleando los brazos, cuando

se abraza el tronco. En esta clasificación, se pudo determinar cómo el desarrollo económico indiscriminado con la naturaleza genera efectos en la etnomatemática, por ejemplo, cada vez tienden a no aparecer troncos tipo {5}, debido a la sobreexplotación de las madereras, lo que implica que las técnicas y razonamientos, modelos mentales o modelización asociados a objetos provenientes de {5}, tienden a desarraigarse. Proliferan en estas condiciones los objetos provenientes de {1}, {2} y {3}, pues los árboles tienden a cortarse más jóvenes.

EL PAPEL DE LAS HERRAMIENTAS EN EL DESARROLLO DE LAS FORMAS, ¿CUÁLES SE USAN MÁS O MENOS EN LAS TENSIONES SOCIOECONÓMICAS?

Casi todas las prácticas laborales o actividades como las hemos venido denominando, desarrollan herramientas como consecuencia del avence de algún tipo de pensamiento matemático o de la combinación de ellos, numérico, espacial, métrico, variacional, etc. y una vez incorporadas en ella dinamizan el saber matemático comunitario y por ende el pensamiento matemático del artesano pues las herramientas resuelven problemas pero estimulan la aparición de otros.

Un concepto más complejo que el de herramienta es el de artefacto; después de analizar algunos referentes teóricos, por artefactos se consideran aquellos recursos, materiales, herramientas o instrumentos que se emplean en la etnomatemática que demanda la actividad. Dichos referentes teóricos consultados fueron los siguientes:

- Vigotsky (1930, 1981) Vigotsky & Luria (1994): los trabajos pioneros sobre la mediación de los artefactos en el aprendizaje en el aula de clases pero también fuera de ella.
- Rabardel (1995a, 1995b, 2000): muestra la influencia profunda de los instrumentos en el aprendizaje. Considera que los instru-

mentos no son entidades neutras, sino que presentan un impacto en el aprendizaje de los sujetos.

- Bartolini & Mariotti (2008): tomaron como referencia las investigaciones de Vigotsky para estudiar el papel tanto de la interacción como de los artefactos en el aula de clases, centrándose en la mediación semiótica.
- Trouche (2005a, 2005b): muestra la relación entre instrumento y artefacto. Para él un instrumento es lo que el sujeto construye a partir de un artefacto.
- Del Castillo & Montiel (2009): plantean la discusión sobre si se trata de artefacto o instrumento. Sin embargo, al analizar los diversos autores aquí citados, se nota la tensión que hay sobre cuál término emplear y el poco acuerdo que hay, y a veces oposiciones existentes.
- Flores et al. (2011): consideran que los medios que inventan los educadores para que los alumnos actúen son aquellos que se denominan materiales y recursos. Estas “invenciones” también son aplicables a las actividades laborales que caracterizan a una comunidad.
- Radford (2006, 2014a, 2014b): muestra la relación de los artefactos para el aprendizaje y en particular de las matemáticas a partir de la teoría de la objetivación.

Sin embargo, en este capítulo emplearemos la palabra herramienta como una representación del artefacto y como correspondencia al lenguaje empleado por los artesanos.

Las herramientas son mediadores semióticos dentro de la actividad. Ramírez (2009) establece las siguientes características sobre la mediación semiótica:

La noción de mediación semiótica se asienta en la analogía entre herramienta material y signo.

Se sostiene que la aparición de la herramienta material y signo que permite instaurar la noción de trabajo es crucial en la historia de la conformación de las sociedades humanas.

A través de los signos como herramientas el ser humano puede dejar de depender de la naturaleza, para orientar su acción hacia ella de manera intencional.

Ningún animal –excepto el hombre– puede usar herramientas para fabricar otras herramientas.

La herramienta transforma completamente la relación de trabajo del hombre con su medio físico, la incorporación de signo a una operación psicológica natural reestructura completamente su naturaleza.

La herramienta y el signo establecen una nueva forma de relación que da especificidad a la actividad humana. La herramienta está orientada exteriormente; el ser humano la utiliza para producir cambios en los objetos. El signo tiene una orientación interna; es un medio que aspira a controlar los propios procesos psicológicos (p.78).

En consecuencia, en el proceso de modelación que se da en las artesanías con madera, las herramientas son necesarias para hacer visible cada momento de la idea. Cuando un artesano de la madera toma la decisión de tallar un objeto, tiene diferentes etapas, cuya secuencia parece ser similar a la de otras prácticas sociales, que va desde el momento de tumbar un árbol hasta los retoques finales de pulimento de la madera. En cada una de estas etapas intervienen diversas herramientas, algunas en solo momentos muy concretos, otras

en varias de ellas. El propósito de estas intervenciones es precisamente ir visualizando el modelo mental del artesano que se va plasmando en la madera. Otros aspectos relacionados de estas intervenciones con el proceso de construcción son factores asociados al ahorro de fuerzas, el desarrollo estético, la construcción de un orden.

En el caso de los dos artesanos que fueron entrevistados, ellos emplean alrededor de doce herramientas esenciales para hacer visible el modelo mental. Según Serafín la principal es el hacha. El formón se utiliza para trabajar lo que es pequeño, este se usaría, por ejemplo, para tallar cucharas pequeñas. El formón se puede usar solo con la mano, pero también pegándole con un mazo. En consecuencia, el empleo de las herramientas tendría el efecto de la tensión socioeconómica, pues sería el formón, por encima de cualquier otra herramienta, la de mayor uso ante la deforestación indiscriminada y la tala de árboles a corta edad. El formón es la herramienta que está asociada a los objetos provenientes de {1}, {2} y {3}. Con el formón se desarrollan todos los modelos mentales relacionados con artesanías pequeñas. Otras herramientas son para el pulimento, o sea, para que quede lisa la madera. Otras sirven de apoyo para la optimización de otras herramientas, como la lima. Son herramientas que siempre se usarán indistintamente de la tensión socioeconómica, salvo que esta acabe con la materia prima.

En la siguiente Figura se describe la funcionalidad de cada herramienta y el papel que juega en las diversas etapas en la obtención de la forma tallada en madera. A este proceso Bishop (1999) lo llamó diseñar, como proceso de transformación de una parte de la naturaleza en otra cosa. Se podría decir también que este proceso de diseño es el que hace posible que los modelos mentales se externalicen en objetos y se vuelvan tangibles. Así, las tensiones socioeconómicas potencializarían la externalización y tangibilidad de unos modelos mentales ante otros, debido al grosor de los troncos obtenidos en la selva.

 <p>Hacha. Se utiliza para tumbar el árbol y cortar pedazos de ramas gruesas y el mismo tronco, sea para cortes verticales u horizontales. El hacha sería entonces el instrumento que posibilita la obtención del nivel más rústico de la preforma, el estado inicial del objeto.</p>	 <p>Machete o peñilla. Sirve para cortar ramas del árbol y también se emplea en momentos del segundo nivel de la preforma. Sin embargo, hay excepciones al momento de ser empleado para obtener la punta de los dedos de un trínche u otros momentos donde los cortes sean relativamente largos o de corte longitudinal. Es versátil en cuanto a etapas.</p>	 <p>Formón y su porra. El formón, nombre muy relacionado con la palabra forma, tiene un desempeño esencial a la hora de hacer visibles ideas relacionadas con curvas, ángulos, concavidades, convexidades, remates, zigzags, entre otras abstracciones sobre la madera.</p>
 <p>Compás. Esencialmente se emplea para trazar, con incisiones, circunferencias sobre sectores planos de la madera, a las que los artesanos llaman cuadro. Esta circunferencia les permite crear un modelo mental hacia el fondo de la concavidad, pues se define un centro invisible, que les servirá de referencia para el cavado con el machete o azuela.</p>	 <p>Azuela y azuelita. Es una herramienta que sirve para despejar lo que obstaculiza la visualización, por ejemplo, con ella se caba una batea redonda y en consecuencia se haya la forma de la cavidad o el hueco, parte esencial del diseño de este objeto.</p>	 <p>Muellequín. Es un instrumento de arrastre y presión, que quita irregularidades superficiales, es excelente para aplicarlo en superficies largas donde los brazos se puedan desplazar. Por ejemplo, es imposible emplearlo al interior de una batea, pero es muy funcional en la superficie de un trínche o el mango de un cucharón.</p>

Figura 36. Herramientas y funcionalidad con respecto al desarrollo de la forma

		
<p>Curviadora. Este es un instrumento adaptado por la necesidad de la misma actividad. Mientras la funcionalidad de las anteriores herramientas ha sido adaptada, esta solo surgió para raspar superficies cóncavas de algunos tipos de bateas. Se puede notar el filo que tiene en su parte superior curva.</p>	<p>Lima. Sirve para darle filo a otras herramientas, no se emplea sobre la madera en lo más mínimo, pero ella actúa de manera transitiva sobre ella, pues si la azuela, por ejemplo, no tiene filo no podrá cavar bien la concavidad de una batea. Y en cuanto al modelo, aplica sobre él en un nivel cuatro: Da filo al machete, el machete corta la madera, la madera toma una forma y esta se somete al modelo.</p>	<p>Cuchillo. Se emplea para cortes muy específicos, por ejemplo, para obtener las muescas de un batidor o molinillo, donde sus "dientes" implican cortes muy precisos a partir de ángulos, por lo general rectos.</p>
		
<p>Lija. Es el único instrumento asociado a la percepción de la belleza, pues una superficie rústica (o con mucha fricción al pasar la mano sobre ella) no es agradable al público ni tampoco es concebible en el modelo mental. Así como también un color opaco.</p>	<p>Cinta Métrica. También, además de la estimación al ojo o por referencia, se emplea para buscar simetría, al igual que el compás. La simetría como proceso universal asociada al orden, el equilibrio o la belleza, es una idea transcultural que no es posible dejarla a un lado.</p>	<p>Lápiz. Representa medidas por medio de marcas. Es esencial para esto, para no olvidar las medidas.</p>

Figura 37. Herramientas y funcionalidad con respecto al desarrollo de la forma

De acuerdo a lo anterior, estas doce herramientas se podrían clasificar en tres grupos, unas que optimizan la funcionalidad de otras herramientas y por lo tanto actúan de manera indirecta en la visualización o representación de la abstracción de la forma, como la lima.

Un segundo grupo que actúa de manera indirecta sobre la madera para la obtención de la forma, como por ejemplo la cinta métrica, el lápiz, el compás. Son indirectos porque con ellos solo se puede marcar, mas no transformar la madera. Pero sí son directos en el modelo mental,

porque al hacer visible una marca, lo pueden alterar, por la incorporación de una corrección, o simplemente ratificar, que es lo que más sucede.

Un tercer grupo es el que transforma la madera. El caso de la lija tiene un papel leve sobre el cambio de la madera en su textura, pues cuando ella se emplea se podría decir que la forma ya está elaborada, pero le falta esa sensación que miden los artesanos cuando deslizan suavemente su mano sobre la superficie y asienten que ya está lista. La lija no actúa sobre la forma en sí, sino sobre la percepción de belleza al pretender obtener una mejor textura de la superficie. Los límites de la funcionalidad de la lija implican que con ella solo se pueda cortar o rebajar cierta capa muy delgada de la madera, mientras que el muñequín, que también rebaja, lo hace en otras proporciones; en consecuencia puede transformar la forma, incluso destrozarla. Un simple error corrompe de inmediato toda la estructura, todo el modelo mental, y vuelve inservible el tallado.

He aquí una gran diferencia con respecto a la representación de un modelo mental escolar, por ejemplo, el de una construcción geométrica, si se comete un error, simplemente se borra y se continúa. En algunos casos el mismo machete puede tomar la misma función descrita del muñequín, por ejemplo, cuando se le da filo a una uña de un tenedor.

En general, este tercer grupo se divide en dos, un grupo que tiene *funcionalidad para el desarrollo del estado rústico*, en particular el hacha y el machete. En la forma básica, la preforma en su nivel rústico, como por ejemplo, el machete, el hacha, la azuela y azuelita, estos instrumentos cortan o rebajan la madera en pedazos toscos, cuyas dimensiones están en un rango, es decir, los cortes pueden oscilar en profundidades y secciones más tolerables; y un segundo grupo que *le da a la madera la forma, un nivel límite*, porque los cortes son de mucho cuidado, precisos. Estas herramientas son, por ejemplo, el muñequín, el cuchillo, la curviadora y el formón. Además de lo anterior, cada etapa

está asociada a procesos de conocimiento matemático del artesano en cuanto a estimación, medición, conteo o diseño.

FORMAS MENTALES Y FORMAS VISIBLES. MOLDES, RECIPIENTES O UTENSILIOS

Distinto a lo que se puede creer, los dos artesanos entrevistados no siempre tienen la forma plena en su mente; tienen nociones de la forma, es decir, solo es posible obtener la forma por medio de las herramientas, pero las nociones son independientes a ellas. La presión que generan las nociones para obtener las formas, producen las herramientas y una vez estas creadas se genera la forma, pero a su vez la creación de nuevas herramientas contribuye a crear otras formas. Así, toda esta cadena de consecuencias entre modelos mentales, la forma plena, nociones de forma y empleo de cierto tipo de herramientas es también sensible a las tensiones socioeconómicas que se da desde el mismo momento en que el artesano se adentra a la selva y solo encuentra un árbol joven como consecuencia de la tala indiscriminada. Por ejemplo, si el artesano va a hacer una copa o pilón pequeño, no tiene la imagen mental de los detalles de esta, solo tiene la idea, el pilón, sabe entonces que tiene unas características, una posición, una parte hueca y otra de sostén, etc. Pero el mismo tipo de madera puede implicar cierta actitud de trabajo, ciertos cortes, ciertos esfuerzos, cierto empleo de herramientas en tiempo y presión lo que influye al final de cuentas en la construcción de cierta característica y en el desarrollo mismo de ese modelo mental que interactúa con cada etapa. Es por eso que nunca una misma forma sale igual a otra.



Figura 38. Comparaciones entre preformas básicas y formas. Estados rústicos, moldes y formas acabadas

Hay un efecto directo entre la oferta y la demanda, entre la posibilidad de pagar del consumidor local y el turista, y entre el tipo de demanda que el mundo globalizado está imponiendo. Cada vez se privilegian los objetos cuyo tallado tenga menos trabajo, es posible que siempre se encuentren en las tiendas de los artesanos objetos tallados provenientes de {1}, {2}, {3}, {4} y {5}, pero debido a que las artesanías por lo general no se valoran con un precio justo de compra²³, el artesano

23 Estas tensiones socioeconómicas de subvaloración del producto final de la actividad, en el cual se emplea etnomatemáticas, es transversal a todo lo que denominados "artesanía". Por ejemplo, en Aroca (2009) se hizo el análisis de 16 Figuras Tradicionales que se tejen en las mochilas arhuacas, y allí se encontró una tensión social que estaba teniendo implicaciones en los diseños, pues las indígenas arhuacas estaban tejiendo más aquellos diseños que eran más rápidos de tejer, es decir, que no tuvieran mucho trabajo. Al existir una gran demanda de esta mochila

ha establecido emplear modelos mentales, diseño de formas y empleo de herramientas que impliquen que entre menos tiempo se diseñan más artesanías en menor tiempo.

ELABORACIÓN DE UN TENEDOR DE DOS UÑAS

La Figura siguiente muestra un “paso a paso” de la elaboración de un tenedor de dos uñas. A partir de la preforma básica, proveniente regularmente de los grupos {1} y {2}. Básicamente se emplean cuatro herramientas: el formón, el machete, el muñequín y la lija. Este es uno de los productos que más se diseñan en la actualidad debido a la tensión socioeconómica regional. Conozcamos su diseño.



como objeto ornamental, las arhuacas entrevistadas notaron que podían obtener dinero con más frecuencia si hacían cierto conjunto de diseños y no tanto los más complejos.



Figura 39. Elaboración de un tenedor de dos uñas

Con Serafín (S) sostuve la siguiente conversación, a medida que él iba tallando una batea; también le pregunté sobre la construcción de otros objetos tallados, en particular un pilón pequeño o piloncito. A medida que se va desarrollando la conversación se presentarán algunos comentarios que permitan una mejor comprensión de los momentos.

- E: ¿Cómo hace usted para conseguir esta forma? (Se precisa que ambos artesanos compartan el mismo concepto de forma que el del entrevistador).
- S: De acuerdo con la cuchara va puliéndole, va bajándole, hasta que da el cuadro.
- E: ¿Cómo hace usted para que le quede parejo, esta parte con aquella? (Le señalo el centro de la batea, mostrándole un punto de referencia que está en el fondo de la madera).
- S: Porque uno ya se fija, y ya cuando uno aprende las cosas, así mismo va trabajando.
- E: ¿Cómo así que se fija, se fija en dónde?
- S: Se fija aquí, tiene que tener la medida de to'a la mitad, a to'a la mitad, eso es... (Muestra la distancia con respecto a dicho punto, empleando el dedo índice).
- E: ¿Y usted lo hace a ojo o midiendo?
- S: A ojo, a ojo, aquí se sabe (me señala una referencia en el objeto).

- E: ¿Y cómo sabe aquí en esta partecita, cómo llegar y comenzar a abrir esto? (Le muestro la concavidad de otra batea ya elaborada).
- S: Aquí *midamos... y hacemos, pongamos aquí, cogemos esta... raaan, rajamos aquí, y acá también hacemos la misma cosa.* (Emplea la estimación a ojo, y lo que estima es el borde superior del hueco de la batea).
- E: ¿O sea usted primero hace uno o los va haciendo a los dos al mismo tiempo?
- S: *Primero hacemos una y con la una ahora sí cuadra la otra, de acuerdo a lo que tiene acá tiene que tené acá.*
- E: ¿Y a veces se ha pasado?
- S: *No, y si uno se pasa un milímetro menos entonces hay que volver rectificar pa' que quede completamente en toda la mitacita.*
- E: ¿Cómo hace para que este hueco le quede bien hecho?
- S: *Aquí si tenemos que utilizá el compás, aquí ponemos el compá, lo utilizamos en dos partes.*
- E: ¿En dónde?
- S: *Pa' hacer... esta dos... este bordito de aquí, utilizamos el de acá afuera y el de acá, ponemos el compá y le damos vuelta, y entonces por ese... ¿esa línea que hacemos?, que trazamos, por ahí nos vamos, sin pasa'nos, porque si nos pasamos, se ve que está... tiene un defecto.*
- E: ¿Y cómo hace para que eso vaya llegando bien, o sea, vaya haciendo ese hueco bien?
- S: *Tiene que hacerlo con precisión, asimismo, como uno va trabajando por la línea, entonces uno no se pasa.*
- E: ¿Y cómo hace para que se vaya metiendo?
- S: *Asimismo hace... pone el formón... un momentico... (busca el formón), con esto se trabaja esto, el formón tiene que ponerse tendido.*
- E: ¿Entonces le va pegando con el martillo?
- S: *Con un martillo o una porrita... Entonces uno pone este trabajo aquí y empieza dándole...*

- E: ¿Y entonces cómo va haciendo, mire que él (el formón), él va metiéndose, cómo, cómo va haciendo eso?
- S: ...eh eh...
- E: ¿Cómo sabe usted que tiene que llegar hasta este pedacito? (Le señalo el centro)
- S: A lo que llega allí, uno va bajando, le va dando, le va dando, le va dando y cuando uno topa al duro entonces ya... uno merma.
- E: ¿Cómo así que topa el duro?
- S: Porque aquí, nosotros vamos bajando aquí... ¿cierto?, pero aquí ya sabemos... el hondo que lleva.
- E: ¿Por qué lo sabe?
- S: Porque aquí, aquí vamos mirando.
- E: ¿O sea siempre es aquí o va mirando otra parte? (Le muestro el centro)
- S: ... Eso es

En consecuencia, al momento de obtenerse la preforma básica, sobre ella actúan puntos, líneas o curvas de referencias mentales que le permiten al artesano tallar la madera. Este proceso de modelación y de visualización del modelo mental por medio del tallado, tiene pasos que son similares en otras actividades laborales o simbólicas que dependen de partes de la naturaleza, como por ejemplo extraer la piedra-tablón de la montaña; obtener carbón de manera artesanal; hacer una casa kogji; elaborar un sombrero con paja de iraca; tejer una mochila arhuaca, etc. Lo primero es el modelo mental de lo que se quiere hacer. Se busca luego algo de la naturaleza. Se obtienen partes rústicas, por lo general con el empleo de herramientas. Se transforman esas partes rústicas en un objeto que se enmarcan en una apreciación cultural sobre la belleza o funcionalidad. Se emplean más herramientas y el modelo mental a medida que va tomando forma, diversas nociones matemáticas actúan sobre el proceso hasta llegar a la forma deseada. Esta podría ser una aproximación al desarrollo de una modelación en una práctica laboral muy rica en tanto a modelos mentales de aplicación sobre objetos a

transformar. Es la idea que tenemos sobre modelación en una práctica laboral muy rica en tanto a modelos mentales de aplicación sobre objetos a transformar. Todas estas actividades están en tensiones por el desarrollo socioeconómico, sea por la indiscriminada tala de árboles que acaba con la materia prima pero que también elimina fuentes de agua, o por la ecuación capitalista de más productos en menos tiempo, por ejemplo suprimiendo la obtención de lana natural por lana sintética, etc.

LA AMENAZA A LA ACTIVIDAD DEL TALLADO DE MADERA

Hay dos amenazas concretas a la actividad del tallado de la madera en la región establecida, una es la deforestación de la selva del Pacífico y en particular de los árboles que sirven especialmente para la elaboración de los objetos que Santiago y Serafín tallan. Esta deforestación no solamente se está dando por las empresas madereras sino por la falta de control estatal sobre las selvas colombianas, como también por la falta de empleo en la región, que es una de las más abandonadas por el Gobierno nacional.

La otra amenaza es el desempleo que ha obligado a muchas personas a ver en el entorno, en la selva del Pacífico una fuente de sustento de sí mismo y sus familias; con estas condiciones socioeconómicas la sobreexplotación de los recursos es un hecho inevitable. Esto ha implicado que los árboles que Serafín y Santiago necesitan, cada día son más difíciles de conseguir. Vale la pena precisar que de un solo árbol adulto que ellos tumban, pueden trabajar más de tres meses. Solo traérselo, por partes, al punto de trabajo, puede demorar hasta un mes, lo que implica una explotación mesurada del recurso y sostenibilidad.

CAPÍTULO V

Estimación en la venta de yerbas medicinales y enigmáticas y su tensión con los incrementos del precio de la gasolina



Figura 40. Separando en cuatro partes iguales el poquito de espinaca, por medio del puñao o lo que agarre la mano

TIPOS DE PLANTAS Y EFECTOS

Son decenas de plantas medicinales y enigmáticas que venden las yerbateras de la Galería. Entre ellas se encuentran: *Albahaca*, *cilantro*, *espinaca*, *cimarrón*, *orégano*; todas ellas sirven para tratar el colesterol y la diabetes. El *poleo* para la gripa y también para adobar. El *tomillo* sirve contra la gripa, para adobar y para tratar problemas en las glándulas. El *toronjil* sirve para los niervios y el corazón. La *ruda* para la gripa y malestar en general. El *guaquito* o *yerbabuena* para el estómago, la memoria y el estrés. El *romero* para las dolencias. La *nacedera* para limpiar el estómago de una mujer después del parto. La *altamisa* para limpiar el estómago y limpiar la casa. La *manzanilla* para el estómago y controlar la orinadera. La *abrecaminos* para riegos, para darle suerte a las casas, para buscar suerte en general. La *pegapega* para baños y buscar suerte. La *caléndula* contra las inflamaciones y curar cáncer. La *suelda consuela* o *consuela* para masajes para el cabello y evita la caída y para que crezca; también sirve para desvanecer inflamaciones como consecuencia de golpes. El *amaranto* para el corazón, los nervios y estrés. El *amalguandré* para curar el cuerpo, evitar tragos malos, contra el guayabo y curar el ombligo de los niños. La *desvaratodora* contra los golpes, miomas, tumores. El *iscancel* sirve para mejorar la sangre. El *sauco* para el hígado. La *albahaca* es aromática, y para los nervios. La *yerba de la virgen* sirve para la mujer en embarazo, para que no le dé frío. La *bermena* para baños, para las casas. El *ensec* contra las hinchazones, para el estómago, para los hombres barrigones. La *salvia* para el funcionamiento de la sangre. El *alma de cristo* contra los dolores de cabeza. La *cicuta* para baños de casa. La *santa mara* contra la disípela (erisipela) y para mejorar el colon. La *yerba e'sapo* para las casas y para tomar. Y la *venturosa* para mejorar el colon y las hemorroides.

En síntesis, algunas plantas son para tomar o ingerir, otras para untarse, otras para echarle a la casa o a los objetos y pueden traer, dependiendo el uso que le den, salud, prosperidad, amor o hechizos contra personas que se portan mal. Nuestro interés está en la etnomatemática que aquí se ha desarrollado, en particular para la comercialización de todas estas importantes plantas medicinales y enigmáticas, como también las tensiones sociales que alteran dicha etnomatemática. Intentamos buscar una relación entre las plantas medicinales y las enigmáticas y la etnomatemática empleada para su comercialización, pero más allá de la funcionalidad de las plantas dicha relación se basa en su disponibilidad en el ambiente natural o cultivos.

ESTIMACIONES Y MEDIDAS COMERCIALES DE PLANTAS MEDICINALES Y ENIGMÁTICAS Y TENSIONES SOCIOECONÓMICAS

El ata'ó, el puña'ó o lo que agarre la mano

El ata'ó se constituye en una de las estimaciones comerciales más populares del pueblo colombiano²⁴. Hay ata'os de leña, de tubérculos, de frutas, y para este caso, de plantas. En las plantas tal vez sea esta la estimación más empleada, por encima incluso de *lo que agarre la mano*. *Lo que agarre la mano*, es otra estimación, también llamado el *puña'ó*, pero no se trata de un simple acto inconsciente de asir algo y asignarle un valor comercial. Esto es producto de la experiencia y una clasificación. El vendedor ya sabe qué tanto puede asir, y por lo general esta estimación oscila en un rango. En cambio, el ata'ó es un poco más preciso y por ende su rango de error es menor con respecto a la cantidad que se desea comercializar. Tantas ramas de algo, tantas

24 Esta conclusión se puede inferir, después de analizar varias Plazas de Mercado del país, cuya investigación tiene como propósito publicar un libro titulado *Las medidas y estimaciones del pueblo colombiano*.

hojas de esto, tantos troncos de estos. El *ata'o* es práctico, pues solo se necesita una cuerda (que puede ser sacada de una planta, de una hoja, un bejuco, un saco, etc.) o cabuya para amarrar algo que ya tiene la propiedad de haber sido clasificado o estimado. O sea, hacer un *ata'o* no es un mero acto de envolver, se trata de conferir a un conjunto de cosas de una misma clase una propiedad, y es que ya están ordenadas o clasificadas para ser vendidas o compradas y poder así sacar una justa ganancia. Se podrá notar en una Plaza de Mercado, lugar por excelencia de diversas y complejas medidas y estimaciones, que el *atao* como patrón de estimación, puede tener submúltiplos. Por ejemplo, veamos un caso: el *ata'o* de cebollín o cebolla larga. Esta estimación se emplea en el punto de cosecha y en la transacción mayorista en la Plaza de Mercado. Esta estimación, diametralmente hablando, es larga, aproximadamente 50 cm. Lo que está ordenado, el cebollín, tiene peso y volumen significativos. Luego se subdivide en otros *ata'os* que son más asequibles y deseados por las personas, sea por precio o porque saben qué tanta cantidad pueden comprar para que no se les pudra. Particularmente, estas medidas del *ata'o*, también reciben tensiones socioeconómicas, pues además de la escasez de plantas, la falta de cosechas, la falta de agua por deforestación y los cambios climáticos. Cabe destacar que el factor que más influye en ello es el alza en los precios de la gasolina porque implica cambios en la cantidad a ordenar y el precio. Lo que *agarre la mano* o el *puña'o*, tienen alteraciones en las tensiones de la mano empleadas, no agarra lo mismo la yerbatera cuando las cosas están caras o cuando están en cosecha o abundancia, por alguno de los factores descritos. Si el producto está en cosecha se trata de agarrar más con la mano para así ir clasificando, pero si está escaso o caro –debido al alza de la gasolina– (transporte del producto) entonces se agarra menos.

En la mayor Plaza de Mercado de Buenaventura, a la cual llaman Galería, está la actividad de vender yerbas o plantas medicinales (ver

la Figura 41). Las yerbateras²⁵ de la Galería, a quienes en algunas ocasiones les surten de plantas algunos hombres que van al monte y consiguen dichos productos; también se organizan para ir grupalmente a la ciudad de Cali, contratan un carro entre varias de ellas y traen las yerbas finas, porque las bastas son las que proporcionan los hombres. Las yerbas bastas son las que se dan en la región de forma silvestre, mientras que las otras hay que cultivarlas, abonarlas, atenderlas. Yerbas finas son por ejemplo el tomillo, el limoncillo, la albahaca, entre otras.



Figura 41. Punto de venta de plantas medicinales y enigmáticas en la Galería José Hilario López

Las yerbateras estiman las porciones de sus productos a partir del ata'ó, y dependiendo de lo que le ha costado esta cantidad hacen subdivisiones en otras cantidades y precios. Sin embargo, llama la atención que no es este el único proceso que emplean, pues la combinatoria, que depende de tensiones socioeconómicas, también es una realidad. Más adelante se verá con mayor precisión esta afirmación.

25 Algunas vendedoras de estos productos, consideran que este no es el mejor nombre para su actividad, pues yerbatera casi es sinónimo de bruja. La que hace rezos o cosas puercas. Sin embargo, el pueblo bonaverense las llama yerbateras.



Figura 42. Comparación de cuatro ata'os diferentes

Las subdivisiones del ata'o, el volumen y su relación con las tensiones socioeconómicas

Las subdivisiones del ata'o se dan para la obtención de una ganancia económica, y esta depende de las exigencias del comprador. El volumen de lo seleccionado depende del tiempo de la cosecha, o si la planta se reproduce prolíficamente, o de la demanda del mercado en torno a la planta. Por ejemplo, la demanda que hay en torno a plantas finas como el toronjil, la yerbabuena, el romero, la manzanilla, el orégano, entre otras, hace que la distribución sea más diversa, y por ende, al existir mayor demanda su precio puede ser mayor, pues son plantas cuya inclusión en los hogares como algo alternativo cada día es mayor. Estas plantas sin procesar, que es la forma en que son adquiridas por las yerbateras, son ataos relativamente pequeños. Sin embargo, el volumen de las yerbas bastas, depende de la proliferación de la planta, del tamaño de la hoja y de cuán lejos se puede conseguir. Particularmente la comercialización de las yerbas bastas no tienen las mismas tensiones sociales que las yerbas finas, pues sus precios no dependen

de la fluctuación del precio de la gasolina sino de las características descritas que impone la selva del Pacífico colombiano.

Estas características, tanto de las yerbas finas como de las yerbas bastas, se combinan en los puntos de venta de las yerbateras. Pareciera normal que un ata'ó con un volumen mayor tenga el precio mayor a un ata'ó más pequeño, pero no siempre es así, existen otras consideraciones que se van a tratar a continuación.



Figura 43. Dos ata'os de dos precios diferentes. Sauco (el ata'ó mayor) y toronjil (el ata'ó más pequeño)

En la Figura 43, el ata'ó mayor supera en un 600 % el precio del ata'ó menor. Sin embargo, en la Figura 44 los ata'os mantienen la misma relación que la vista en la Figura 43, pero los precios para este caso son los mismos. O sea, que los precios no dependen del volumen del ata'ó sino de las características descritas.



Figura 44. Dos ataos del mismo precio. Ruda (el más grande) y toronjil (el más pequeño)

Un proceso que llama la atención es la forma cómo las yerbateras adquieren ganancias a los ata'os. Aquí la observación o la percepción del volumen toma un papel crucial. Pues según cueste un ata'o, su volumen, dispuesto por un amarre se subdivide en otros ata'os más pequeños.



Figura 45. Subdivisión de un ata'o de ruda en otros poquitos

Pero si la disposición de las hojas no están en un amarre, o sea un ata'o, sino en una bolsa, la subdivisión hay que hacerla sobre una superficie plana como sucede por ejemplo con la espinaca.



Figura 46. Subdivisión de la espinaca, que no la compran por ata'o sino por bolsa

Para este caso, el principio sigue siendo el mismo, pues a pesar de que la espinaca no la compran por ata'o sino por bolsas, esta se subdivide por lo que agarre la mano, pero las yerbateras saben previamente cuánto les costó una bolsa y así mismo le asignan precios a otras porciones. Por ejemplo, la señora Magdalena muestra que si alguien le quiere comprar \$500 de espinaca entonces divide el todo en cuatro partes iguales, y así obtiene ganancias. Se puede notar que este no es el mismo principio que se usa en los almacenes de cadena o supermercados pues la unidad no tiene proporcionalmente un precio con respecto a la docena, por ejemplo: la suma de los precios por unidad superan el valor de la docena. Las yerbateras en algunos casos, cuando ven que la planta puede perder su función medicinal o enigmática o tienen mucho de ella, entregan porciones o sub-ata'os mucho mayores, o por estrategia de venta para que el comprador le siga comprando a ella. Los supermercados no actúan así.

El simple hecho de que la gasolina suba de precio tiene efectos paulatinos en las mediciones de la espinaca, y en algunos casos el efecto es inmediato. Como ejemplo, vamos a analizar el caso de la venta de la espinaca. Supongamos que la siguiente Figura representa \$1.000 de espinaca.

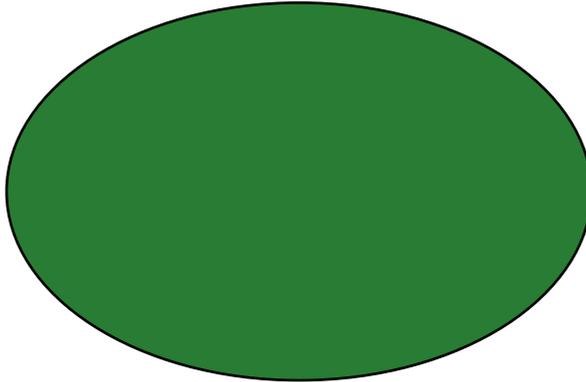


Figura 47. Representación de \$1.000 de espinaca

Entonces la yerbatera, para obtener mayor ganancia, y esto es ley en la venta de productos que se hacen por subdivisiones, subdivide en partes similares y les coloca un precio cuya suma sea el doble o en algunos casos más del costo de compra del conjunto.

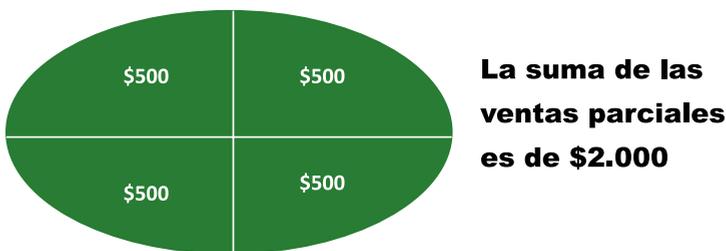


Figura 48. Subdivisión para obtener ganancia

Esta subdivisión para obtener ganancias es casi un axioma que comprendería cualquier lógica; es normal de algo que se compra con propósitos comerciales. Sin embargo las yerbateras, al igual que muchos vendedores de una Plaza de Mercado, aplican el principio, al

cliente le gusta “sentir” que compra bastante por un precio justo o con poco dinero. Entonces si la gasolina sube demasiado o si la espinaca escasea en algunos meses del año, particularmente cuando no llueve, aunque en Buenaventura esto sucede muy poco en el año al ser una de las regiones más lluviosas del mundo, le toca subir el precio y en estas condiciones el cliente siente que está caro un producto porque recibe poco. Pero hay opciones para mantener la percepción del cliente y que este siga sintiendo que compra bastante o lo justo. Esto se logra por medio de una subdivisión mayor, cuya estrategia se muestra en la siguiente Figura.

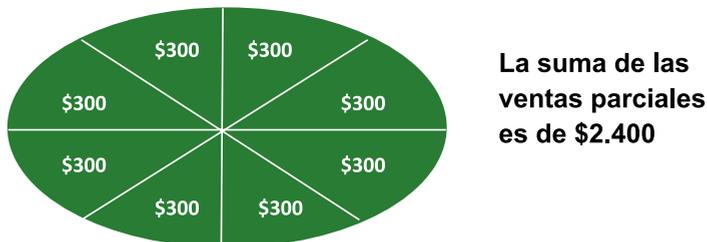


Figura 49. Subdivisión mayor para mantener la percepción de compra justa

Pero lo que hace la yerbatera, para mantener el sentimiento de que el cliente recibe lo justo, es que puede sacrificar una de las porciones; las tiene para aquellos casos en los que un cliente reclame que le están dando muy poco, entonces le da una yapa, un poco más, para que el cliente quede satisfecho. Sin embargo la yerbatera es consciente a cuántos clientes les puede hacer esto.

Otro caso, que es lamentable para las yerbateras, es que algunas plantas dependen de su frescura. Es el caso de la espinaca; otras, sin embargo aunque se sequen siguen conservando sus efectos medicinales. Es el caso del limoncillo. Cuando esto sucede, las yerbateras se ven obligadas a aumentar las porciones, y en lo posible tratar de sacar el precio de compra o no perderles mucho; en estos casos el cliente queda con una sensación mayor de que compró bastante por

un bajo precio²⁶. Esto puede pasar porque la jornada de trabajo pronto acabará y porque las espinacas llevan varios días en la caja.

EL ENVUELTO

Otra estimación que emplean las yerbateras es el envuelto. Pero esta estimación tiene una propiedad, y es de uso solamente de las yerbateras, es una especie de medida neutra que ratifica y da mejor presentación y manejo. Un envuelto puede incluso ser el conjunto de varias medidas o estimaciones que son producto de las subdivisiones de otros ata'os de plantas, como se verá más adelante. Por lo general el envuelto se hace con papel periódico, pero hay otros productos en otras plazas de mercado en otros municipios de Colombia, donde el envuelto se hace con hojas de plátano u otras plantas y tiene otras características, que aquí no se tratarán.



Figura 50. Envuelto de una porción de manzanilla

26 En alguna ocasión, en la Plaza de Mercado del municipio de Palmira, ubicado también en el Valle del Cauca, le pedí a un señor que me vendiera \$500 de cilantro y al ver que estaba sacando mucho, me sorprendió tanto que le advertí que se le había dicho que eran \$500, él me respondió: "sí, lo escuche". Habermelo entregado tanto, tal vez, pudo responder a este principio de conservación de la frescura en su relación comercial del producto.

¿Cómo se forma un envuelto de varias yerbas? Una de las principales características es por los efectos que en conjunto tienen las plantas en él incluidas. Pero además de los efectos de cada yerba, hay un factor esencial que es el precio al cual fue comprado cada ata'o de estas yerbas y también, como característica visual, el cliente debe mantener la sensación que está comprando bastante. Puesto que el envuelto depende del precio de compra de las plantas incluidas en él, entonces el envuelto está en función también de las tensiones socioeconómicas que se derivan de la oscilación del precio de la gasolina.



Figura 51. Formación de un envuelto con siete yerbas para tratar problemas de colon

Veamos la siguiente Figura la cual tratará de interpretar la combinatoria que emplean las yerbateras.

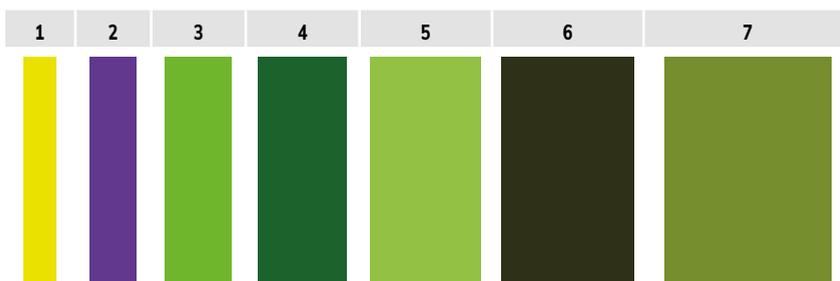


Figura 52. Combinatoria de yerbas en un envuelto

Supongamos que cada tonalidad en la Figura 52, representa el volumen que una yerba, planta u hoja diferente, está ocupando en el envuelto. Ahora consideremos los efectos que tienen las tensiones socioeconómicas como por ejemplo el que genera el incremento en el precio de la gasolina, pues por lo general un envuelto de este tipo en su mayoría es constituido por yerbas finas, o sea aquellas que en su mayoría son traídas de la ciudad de Cali²⁷. Ya tenemos presente que el incremento de la gasolina tiene efectos en la subdivisión del ata'o, el puña'o, lo que agarre la mano, la bolsa y en el envuelto. Entonces esta tensión socioeconómica implica que las yerbas que están en los rangos²⁸ [1 - 4] se pueden combinar de posición volumétrica, al igual que las del rango [5 - 7]. Estas combinaciones se deben justamente a esa fluctuación que tiene el precio de la gasolina, de los cambios climáticos y del tiempo de las cosechas de algunas yerbas incluidas en el envuelto. Lo que también se pudo notar es que siempre existirá una yerba con la posición 7, pues esta, al parecer, además de sus efectos curativos o enigmáticos, tendrá la función de dar la sensación de estar comprando lo justo, o bastante. Supongamos que las yerbateras encontraron en Cali el ata'o de manzanilla muy caro, entonces esta planta o yerba ocupará la posición volumétrica 1, pero si está en plena cosecha puede ocupar la posición 2 o 3. Nunca ocupará alguna posición en las posiciones 4 a 7 porque esta contiene una composición química fuerte que se evidenciaría en una infusión.

Resumiendo, con este breve análisis sobre la venta de las yerbas finas o yerbas bastas hemos querido mostrar la etnomatemática que se emplea en dicha comercialización y de paso las tensiones socioeconómicas

27 Actualmente hay una distancia en carretera de Buenaventura a Cali de 116,4 km y 2 horas y 32 minutos en transporte público terrestre.

28 Estos rangos no son estrictos, pero se pudo notar que la yerba 1, jamás ocupaba la posición 5, en extrañas circunstancias ocupó la 4.

que se perciben en las estimaciones comerciales o medidas empleadas como lo que agarre *la mano* o el *puña'o* y la clásica estimación al ojo.

Recuerden que este libro es un viaje etnomatemático que partió desde Cali, la capital del Valle del Cauca y tiene como destino el mar al frente de Buenaventura. Anunciamos nuestra última parada del recorrido. Hemos tenido escalas en cuatro comunidades laborales, con sus respectivas etnomatemáticas: saberes matemáticos comunitarios, conocimientos matemáticos del sujeto, lenguajes, herramientas y procedimientos o técnicas que han desarrollado como producto de la acumulación histórica de saberes (D'Ambrosio, 2012). Partimos en la ciudad de Cali, con los calibrados y medimos el tiempo de las rutas de las busetas y empleamos el lenguaje numérico gestual; nos detuvimos en el corregimiento El Naranjo a picar en la montaña y obtener la piedra-tablón con su gama de colores, luego paramos en la carretera para usar el formón y tallar diversos objetos con las explicaciones de Santiago y Serafín; visitamos la Galería de Buenaventura y nos dejamos curar por las yerbas medicinales y pasamos a mundos diversos con las yerbas enigmáticas. Ahora, dejaremos tierra firme para adentrarnos en *mar adentro* y en *mar afuera*. En cada estación hemos encontrado algo en común: existen tensiones socioeconómicas que alteran o desarraigan la etnomatemática de la actividad. Bienvenidos a la última parada de este viaje etnomatemático donde las representaciones témporo-espaciales de los pescadores de viento y marea nos mostrarán otras formas de ubicación y cuandicación.

CAPÍTULO VI

Orientación témporo-espacial en la pesca artesanal marina y tensiones con las rutas de los barcos y rutas turísticas de lanchas*



Figura 53. Iniciando una pesca de viento y marea con José

- * Este capítulo toma como referencia dos artículos de mi autoría. La referencia del artículo es Aroca, A. (2012). Las formas de orientación de los pescadores de Buenaventura, Colombia Act. & Div. Cient. 15(2):457-465. También hemos tomado fragmentos de Aroca, A. (2013b). Algunas concepciones espaciales de los pescadores de Buenaventura, Pacífico colombiano. Amauta, (21), 47-61. También se han incluido algunos fragmentos del libro inédito Etnografía del saber matemático de los pescadores de Buenaventura, también de mi autoría. Así que varios momentos de este capítulo son exactos a estas referencias.

LA ACTIVIDAD DE LA PESCA

Adaptando a Aprile-Gnisset (2002), en 1878 las obras portuarias o ferroviarias en Buenaventura crearían la clase trabajadora conformada por afro colombianos, conformándose así un mapa más complejo de actividades laborales, cada una con formas de analizar, razonar o abstraer diferentes, con técnicas y herramientas diversas. Esto trajo migraciones y varios grupos de personas que se dispersarían en diversas actividades, las cuales se fueron creando o adaptando a partir del entorno social, cultural o geográfico y se optimizarían otros saberes matemáticos comunitarios ya existentes, de predominancia indígena, entre ellos la misma pesca. La pesca artesanal era una actividad que se realizaba por indígenas de la región desde mucho antes de la llegada de los españoles y sin duda alguna antes de 1878 ya había afrodescendientes vinculados a la pesca artesanal. Interpretando a Lunkes (2004), Machado et al. (2004), François & Kerkhove (2010), D'Ambrosio (2011), la incorporación de nuevos sujetos a los saberes matemáticos comunitarios existentes implicaría soluciones de problemas, invención, fantasía e imaginación, adaptación o implementación de herramientas, procesos de razonamiento y abstracción que las anteceden, creación de técnicas para hacer el menor esfuerzo y creación de palabras para acciones o referirse a nuevos sustantivos; nacerían así nuevas etnomatemáticas. Entre ellas, tomaría mayor forma la del pescador del Pacífico colombiano.

LA CODIFICACIÓN TÉMPORO-ESPACIAL DEL MAR

Los pescadores, al tener como reto la captura de diferentes peces marinos y mariscos con conchas, codificaron el mar para este propósito. Fue la captura de las diversas especies en función de la demanda de los restaurantes, industrias o los gustos del turista o residentes locales, la que impondría los retos de ubicarse espacialmente y cuandi-

carse temporalmente en mar adentro o mar afuera²⁹. Por ubicación entendemos el lugar en que está situado algo y por cuandicación, el tiempo relacionado a la ubicación. La comunidad paulatinamente codificó el mar, e iba creando su propia realidad, (Berger, 1993). Si el saber matemático comunitario y conocimientos matemáticos de cada pescador iban apareciendo como producto de la resolución de problemas, óptimos para la comunidad, esta adopta estos conocimientos y se incorporan en el saber matemático comunitario hasta que un conocimiento matemático personal surja, por lo general asociado a una mejor técnica o tecnología.

En el intercambio cultural los afrodescendientes habrán aprendido de los indígenas cuáles serían las mejores maderas para elaborar canoas o potrillos y los canaletes o remos. Bastaría que un solo individuo observara, experimentara y luego reprodujera, desarrollando la experticia o su conocimiento matemático personal que posteriormente la comunidad reconocería incorporándolo al saber matemático comunitario. Habrán aprendido las primeras formas de pescar y aprovecharían las técnicas, la simulación o adaptación de la tecnología utilizadas por los españoles. Un individuo tendría la idea de cuestionar algunos métodos y propondría otros. Al ir progresivamente entrando en las profundidades del mar y en trayectos mayores a un día, harían mechones para ir alumbrando en las noches; entenderían el comportamiento del mar, se darían cuenta de que si tiraban la red en cierta profundidad solo atrapaban ciertos peces que podrían seguir pescando sin estar presentes, empleando anzuelos, que si los dejaban flotando o anclados, o tirando trasmallos, quedarían a merced de la corriente del mar. Verían, cada vez que las nubes lo permitieran, pues estaban en la región más lluviosa del país y una de las principales a nivel mundial, algunas estrellas que salen de tal parte y se mueven hacia cierto sitio

29 Los procesos indivisibles de ubicación y cuandicación podrían ser también llamados representaciones témporo-espaciales.

y les asignarían entonces un referente de orientación, como lo harían con el Sol, la Luna y las estrellas. Se percatarían de que el mar siempre tiene una ola que los empuja hacia las orillas y que cuando la lancha la toma de frente parece como si chocara contra ella cada dos segundos y la proa se levanta, pero que si se coloca a favor sentirían un deslizamiento pausado y tranquilo; sin embargo, también conocerían que en mar afuera esta dirección a veces es caótica y se necesitaría mucha experticia, o sea el saber matemático comunitario y el conocimiento matemático personal que otros también denominan “práctica”, para poder leer las olas y saber cuál manda o envía la lancha a tierra. Advertirían la necesidad de interpretar muy bien los nubarrones que son típicos y únicos de esta parte del mundo. Codificarían de igual manera las diversas direcciones del viento. Notarían que la marea cada tantos días se comporta de una manera y que para salir en lancha hacia mar afuera tomarían la séptima ola, que le diera así *el impulso* del mar. Comprenderían progresivamente cuatro dimensiones para la orientación (ubicación y cuandicación) con una diversidad de estrategias, técnicas, herramientas y lenguaje muy ricos. Hasta se toparían con tensiones del desarrollo socioeconómico, no solo de la región sino del país, pues tendrían que delimitar sus rutas de navegación por las rutas de los buques, las rutas de las lanchas turísticas y las rutas de las lanchas de transporte público fluvial. Las rutas de los pescadores artesanales son producto de restricciones administrativas que privilegian aquellas rutas que traerán “desarrollo” a la región y al país.

El pescador tiene en cuenta cuatro dimensiones que le sirven para orientarse. La Figura 54 muestra cómo se encuentra inserto el pescador en esta configuración de su entorno.

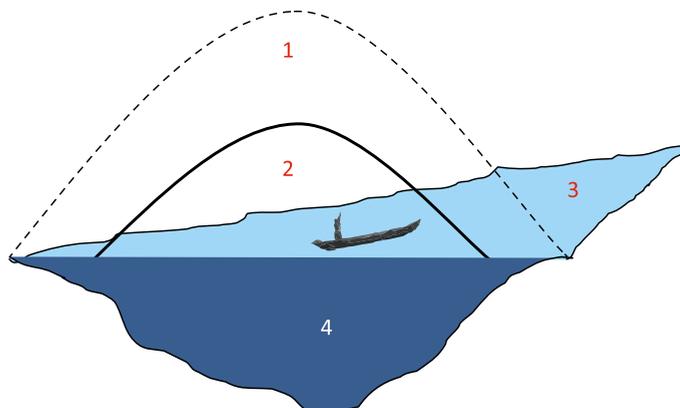


Figura 54³⁰. Inserción del pescador en cuatro dimensiones, temporales y espaciales, que le sirven para su orientación

Estas dimensiones, descritas con más detalles en Aroca (2012), son las siguientes:

- La dimensión 1 corresponde a la celestial o superior; en ella están el movimiento y fases de la Luna, el movimiento de las estrellas y la traslación y rotación de la Tierra en torno al Sol. A esto Campos (1982) lo llamó “relojes” naturales. En esta dimensión 1 no se percibió ninguna tensión con respecto al desarrollo socioeconómico regional o nacional.
- La dimensión 2 corresponde a la atmosférica, que es local o regional, pues las nubes, los aguaceros, los rayos, los vientos, tienen comportamientos disimiles según la región del mundo y tienen simbolizaciones contextualizadas, por ejemplo, que el viento del norte viene de tal lugar y conduce a otro. En esta dimensión 2 no se percibió ninguna tensión con respecto al desarrollo socioeconómico regional o nacional.
- La dimensión 3 corresponde a la superficie del mar, donde se mezclan referentes naturales que son mundiales y otros que

30 Imagen tomada de Aroca (2012).

son simbólica o comercialmente locales; en esta dimensión se encuentran las olas, el color del mar que para el caso de Buena-ventura se pueden encontrar hasta cinco tonos como marrón, amarillo, verde, azul y “tirando” a negro, esto como producto de las desembocaduras de ríos; las corrientes, las rutas comerciales, basuras flotantes, los cabos, los riscos o arrecifes, trasmallos, las boyas, las orillas, las costas, referentes costeros naturales o artificiales como árboles, montañas, el faro, luces de caseríos, islotes, bocanas o esteros. En esta dimensión 3 fue donde se evidenció con fuerza las tensiones con respecto al desarrollo socioeconómico regional o nacional, debido a las restricciones que tienen los pescadores artesanales con sus itinerarios para privilegiar las rutas mercantes, turísticas y de transporte público fluvial.

- La dimensión 4 es la profundidad del mar que también es local. Ella permite, usando el sondeo, determinar cuán lejos puede estar la lancha de la orilla y qué peces puede encontrar en ese momento, como también establecer bancos de arena, riscos o pequeños arrecifes y sedimentos o basura que depositan los ríos. En esta dimensión 4 no se percibió ninguna tensión con respecto al desarrollo socioeconómico regional o nacional.

EL CONCEPTO DE DISTANCIA: UNA PERCEPCIÓN TRIDIMENSIONAL³¹ ALTERADA POR LAS TENSIONES SOCIOECONÓMICAS

El concepto más importante cuando se “marca el rumbo”, para salir a pescar, es el de la distancia. Cuando a los pescadores se les interroga

31 En Aroca (2012) se podrá encontrar un análisis más detallado sobre la tridimensional de la distancia de los pescadores, en este libro nos interesa hacer énfasis en las tensiones que se forman entre la etnomatemática de los pescadores artesanales con el desarrollo socioeconómico regional y nacional.

por distancias recorridas ellos hablan de brazas. Por ejemplo, a varios de ellos se les hizo la siguiente pregunta, ¿qué tan lejos ha llegado usted? Y algunas de las respuestas fueron a 3, 5, 10, 15, 30 brazas. Una braza es la longitud que hay de una mano a otra con los brazos extendidos; algunos consideran que es de dos metros, y la mayoría de metro y medio, tal como lo plantean los pescadores de Brasil descritos en Chieus (2009). Nuestra lógica, haría el cálculo de multiplicar el número de brazas, por ejemplo, por dos, y daría distancias de recorrido muy pequeñas, pero un pescador manifestó que no se trataba de hacerlo así, sino de la profundidad. Aquí hay otra lógica de cálculo. En topología habría una similitud, pues daría la sensación de que se trata de la distancia de un punto a un conjunto infinito de puntos, pero en este contexto no se piensa en la linealidad sino en la profundidad, y de manera funcional, porque se trata de capturar ciertos peces o mariscos con concha.

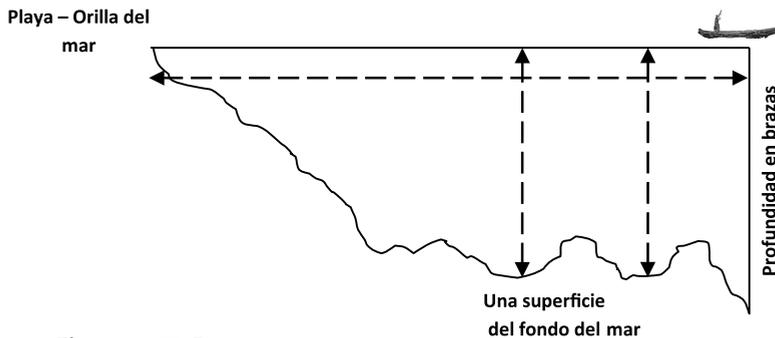


Figura 55³². Percepción tridimensional del concepto de distancia marítima a partir de las brazas

32 Imagen tomada de Aroca (2012).

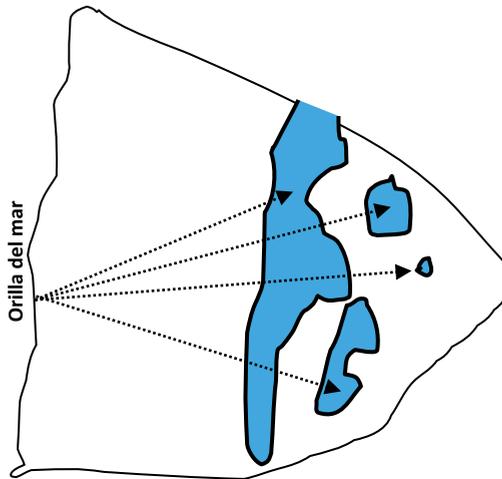


Figura 56³³. Ejemplo de varias regiones que podrían representar la misma cantidad de brazas en profundidad

Las tensiones socioeconómicas han implicado que el pescador recodifique el mar, por ejemplo, la Figura 56 representa un sector de mar que un pescador explicó sobre cómo encontrar una misma profundidad. En esas mismas profundidades dibujadas estarían ciertos tipos de peces que desea pescar. Pero debido a la sobreexplotación de los recursos marinos le ha tocado ir más allá de ese sector; codificar en sus dimensiones el mar para poderse orientar témporo-espacialmente y garantizar así una buena pesca y sustento de su familia.

Términos que indican representaciones témporo-espaciales

En la dimensión de profundidad, la braza es uno de los conceptos más importantes en la actividad de la pesca. Lo interesante es cómo han podido relacionar las brazas con el tiempo de ruta; por ejemplo, algunos pescadores establecieron que 10 brazas equivalen a 20 minutos. Esta relación se da por el consumo de gasolina que tienen los motores

33 Imagen tomada de Aroca (2012).

fuera de borda; de no tener control en esto quedarían a la deriva. Estos casos tendrían implicaciones diferentes a las planteadas en el concepto de distancia, pues se involucra el tiempo. La braza también se relaciona con el sondeo. La sonda es un instrumento artesanal, que sirve para medir el fondo del mar, y es basada en una piola de nylon y una plomada amarrada en uno de sus extremos. Sondear entonces es tirar la plomada al mar y medir su profundidad recogiendo la piola y midiéndola en brazas. En cuanto a la dimensión atmosférica, el mal tiempo es cuando se avecina un fuerte aguacero, hay mucho viento que pica al mar, y la oscurana o el tiempo duro, consiste en la alta concentración de nubes o un fuerte aguacero, tronamenta y oscurana que implica que no se puede observar en ninguna dirección; en estas condiciones cuando cae un rayo el pescador se encandila y puede desorientarse.

Los siguientes referentes de orientación, naturales [RN] y artificiales [RA], están dispersos en las cuatro dimensiones espaciales o planas. Estas están distribuidas así: celestial [solo RN], atmosférica [solo RN], superficial [RN y RA] y profundidad [solo RN]. Esto implica que la comunidad de pescadores le dio mayor simbolismo a la superficie que a las otras tres dimensiones, contrario a lo que se podría pensar que fuese la celestial o superior, pues la historia “universal” nos ha educado a pensar que los pescadores fundamentalmente se orientaban por las estrellas, pero eso, en una de las zonas más lluviosas del mundo, no es así.

REFERENTES NATURALES Y ARTIFICIALES EN LAS REPRESENTACIONES TÉMPORO-ESPACIALES DE ORIENTACIÓN PARA PESCAR

Referentes naturales

En Aroca (2012, 2013b) y en una publicación, que se edita simultáneamente a este libro, se podrá profundizar mucho más con que el resumen que se presentará a continuación sobre los referentes naturales y artificiales que le sirven a los pescadores artesanales de Buenaventura para orientarse. Es así como encontramos en los referentes naturales al Sol y la rotación y traslación de la Tierra en torno a él, los movimientos y fases de la Luna y los movimientos de las estrellas. En Campos (1982, 1999) se puede ver más detalles del papel de orientación en la pesca con respecto al Sol y a la Luna. En este conjunto de referentes naturales para la orientación también encontramos las olas y las corrientes del mar. Según los pescadores entrevistados, el mar solo tiene una corriente que es el mar de leva y siempre empuja hacia la orilla. Según ellos la ola de leva se encuentra a unas seis brazas de profundidad. Los vientos también juegan un papel importante en la orientación. La mayoría absoluta de los pescadores coinciden en que los vientos son los que los ayudarían a orientarse en caso de perder el rumbo. La Figura 57, muestra algunas representaciones³⁴ que hicieron pescadores de Buenaventura.

34 En estas representaciones gráficas de las direcciones de los vientos, hecha por los pescadores, no siempre coincide lo representado con la realidad.

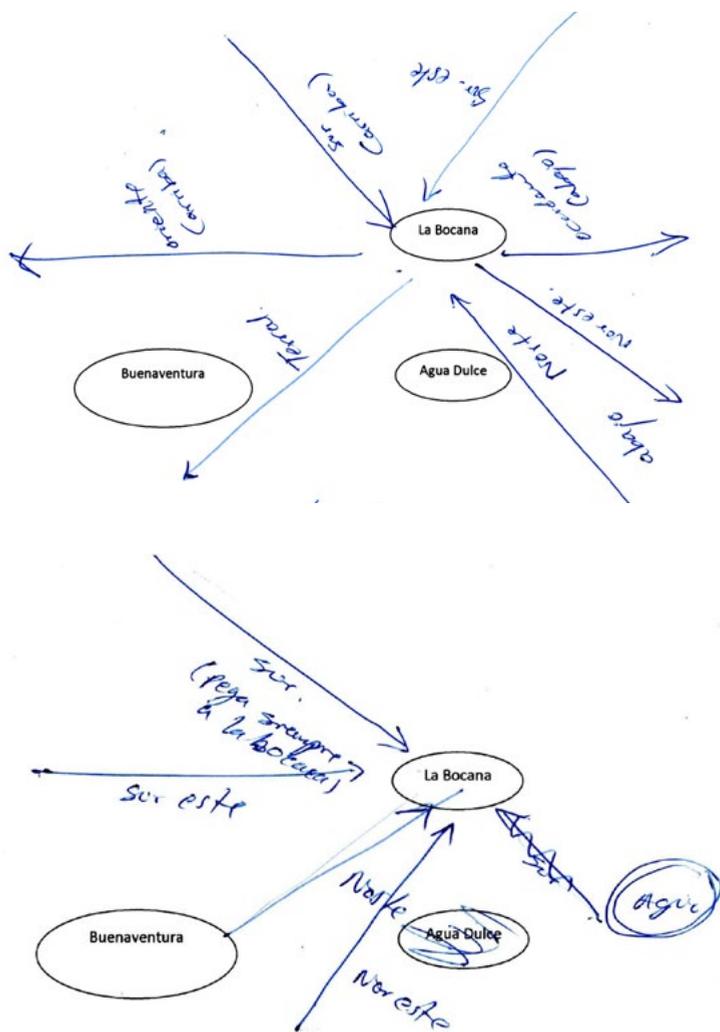


Figura 57³⁵. Algunas representaciones de las direcciones de los vientos según pescadores de Buenaventura³⁶

35 Imágenes tomadas de Aroca (2013b).

36 En Aroca (2013b), se podrán encontrar más representaciones sobre estas direcciones de los vientos.

Las costas, o playas, están llenas de accidentes geográficos que les permiten ubicar y cuandicar sectores, profundidades y las simbolizaciones de cada estero, bocanas, salientes, cerros o bajos, (la parte rocosa e inferior de cerros o peñascos donde las olas chocan y generan particulares sonidos con los cuales se orientan en las noches, salientes o cerros). Todo este conjunto de referentes naturales les permite también orientarse en la pesca. Por su parte, las nubes juegan un gran papel, pero en la desorientación, pues cuando se aproxima una oscurana, se pierden los referentes tanto naturales como artificiales y peor aún, cuando llegan acompañadas de vientos. El rayo también juega un papel en la desorientación o desconcentración; cuando cae un rayo en el mar encandila más de lo habitual que si sucediera en tierra.

A algunos objetos o avances tecnológicos, los pescadores le han otorgado funcionalidad. En esta lista se encuentran las luces del Puerto de Buenaventura, de las casas, caseríos o las de los buques, no diseñadas para codificar el mar. En cambio la luz del faro si fue concebida para orientar, es decir, tiene funcionalidad directa, al igual que las luces titilantes y nocturnas de las boyas, azules y rojas. En la lista también está la sonda como artefacto que sirve para medir las profundidades y así poder concluir qué tan lejos o cerca se está de la orilla. Hay otros artefactos que ayudan en menor proporción para que el pescador se oriente como la brújula, usada por pocos, el radioteléfono o el celular. Los colores de las boyas les indican tipos de profundidades a las tripulaciones de los barcos comerciales que llegan a Puerto desde diferentes países. Ellos le han asignado representación propia al color de las boyas. Ciertos pescadores informaron que la boya azul les servía de orientación cuando querían ir “pa’ arriba”, por ejemplo a Nuquí, o si querían ir “pa’ abajo”, el sur, para Nariño.

Como una tensión socioeconómica clasificamos que desde el puerto de Buenaventura, zarpan a cada momento lanchas, adscritas a diferentes empresas de transporte de pasajeros, turistas o mercancía. La cuestión es que estas lanchas más grandes que las usadas en la pesca artesanal,

tienen unas rutas muy concretas, “tienen sus propios caminos”, es decir, contribuyen a la codificación de la superficie del mar como zona de navegación, esto implica que los pescadores saben que en estos trayectos no pueden tirar sus trasmallos o cabos, o de igual manera quedarse anclados porque podría suceder un accidente. Esto lo podrían hacer en horas de la noche, cuando cesa esta actividad.

LA PARADOJA QUE LE IMPRIME LA TENSIÓN SOCIOECONÓMICA A LA PESCA ARTESANAL

Si una actividad se hace de forma artesanal, es buena desde diferentes aspectos; se pueden destacar dos de ellos: la conservación del medioambiente, y sus productos son de buena calidad. Sin embargo en la pesca artesanal de Buenaventura hay una paradoja: todos los pescadores artesanales son conscientes de que capturan poca cantidad y en tamaños regulares cada vez más pequeños, pero el desempleo que es responsabilidad del Estado colombiano, he dado como resultado que en Buenaventura se haya conformado una de las comunidades de pescadores artesanales más grandes de América. Y esta aún no para de crecer. Esto implica que cada día se hacen más lanchas y hay más pescadores artesanales, y como consecuencia, una sobreexplotación del mar. Lo que ha resultado en que las formas de orientación témporo-espaciales estén cambiando, pues anteriormente se pescaba lo justo cerca de las costas, pero hoy día hay que ir a pescar por más de un día, o a viento y marea, y recorrer distancias mayores. Es decir, alejarse más de los puntos cercanos, lo que trae como consecuencia los cambios o actualizaciones de referentes tanto naturales como artificiales para orientarse.

A más de lo anterior, aún hoy son impredecibles los cambios que traerá la ampliación del canal, que está delimitado por boyas, para que puedan ingresar más buques que traerán la mercancía del TLC

entre Estados Unidos y Colombia y que luego los contenedores pasan a los tractocamiones que harán uso de la Ruta del Sol. Recordemos que al puerto de Buenaventura llegan y zarpan alrededor del 70 % de la mercancía de Colombia.

CAPÍTULO VII

Termina el viaje etnomatemático

Este viaje etnomatemático es otro que podría hacer el lector en su región. Tan solo miren con otros ojos sus entornos, con los ojos del Programa Etnomatemática, y podrán notar cómo las comunidades laborales o grupos culturales emplean a diario las matemáticas, sea para resistir, sea para trascender. Resistir y trascender a diversas tensiones socioeconómicas regionales, nacionales o mundiales. Este viaje valida una vez más que el saber matemático es comunitario y que los sujetos que hacen parte de esas comunidades desarrollan su propio conocimiento matemático que es contextualizado, y si es así, entonces la educación matemática también lo debería ser sin dejar de ver el resto del universo. Que el saber matemático comunitario está en función de la lucha política, de la resistencia de la comunidad misma ante los atropellos de un insensible y egoísta desarrollo socioeconómico de la empresa privada o entidades públicas regionales o nacionales.

En general, podemos encontrar etnomatemáticas estrechamente ligadas a la vida misma de las personas y sus comunidades; en estos casos que se presentaron a las tensiones socioeconómicas, la educación matemática no puede estar de espaldas a estos fenómenos, debe

abrazar cálidamente estas necesidades, promover en los estudiantes la toma de consciencia de los problemas que afectan a sus familias, a su comunidad, la región, el país y al mundo en general. Por lo anterior consideramos que la posición didáctica del Programa Etnomatemática en las aulas de clases es una enseñanza paralela y comparativa entre las matemáticas escolares como representantes de la cultura globalizante y de las matemáticas del entorno sociocultural próximo de la Institución Educativa como representante de los saberes matemáticos comunitarios.

Esperamos que este viaje haya sido de su gusto, pero sobre todo que ustedes mismos realicen sus propios viajes y conozcan los procesos de resistencias y permanencia de saberes matemáticos comunitarios de su región y traten de permear la educación matemática de estos fenómenos. ¡Buen viaje!

Bibliografía

- Aprile-Gnisset, J. (2002). *Génesis de Buenaventura*. Buenaventura, Cali, Colombia: Universidad del Pacífico-Artes Gráficas del Valle.
- Aroca, A (2018). Aprendizaje paralelo y comparativo: la postura didáctica del programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 4-7.
- Aroca, A. (2008a). Una propuesta metodológica en etnomatemáticas. *Revista U.D.C.A. Actualidad & Divulgación Científica*, 11(1), 67-76.
- Aroca, A. (2008b). Análisis a una figura tradicional de las mochilas Arhuacas: Comunidad Indígena Arhuaca de la Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 21(30), 150-166.
- Aroca, A. (2009). *Geometría en las mochilas Arhuacas. Por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Aroca, A. (2012). Las formas de orientación de los pescadores de Buenaventura, Colombia. *Revista U.D.C.A. Actualidad & Divulgación Científica*, 15(2), 457-465.
- Aroca, A. (2013a). Los escenarios de exploración en el Programa de Investigación en Etnomatemáticas. *Educación Matemática*, 25(1), 111-131.
- Aroca, A. (2013b). Algunas concepciones espaciales de los pescadores de Buenaventura, Pacífico colombiano. *Revista Amauta*, (21), 47-61.

- Aroca, A. (2015). ¿Sumar = restar? una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 237-255.
- Aroca, A. (2016). Modelación matemática situada en un oficio. El caso de artesanos de la madera. *Revista U.D.C.A. Actividad & Divulgación Científica*, 19(1), 227-235.
- Aroca, A. (2016a). El Programa Etnomatemática: Avances, Desafíos y su papel en la Globalización Económica y el Proyecto Neoliberal. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 238-277.
- Aroca, A. (2016b). Twelve callings to the ethnomathematicians of the world. *RIPEM*, 6(1), 261-284.
- Bartolini, M. & Mariotti, M. A. (2008). *Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a Vygotskian perspective*. Recuperado de: http://www.cfem.asso.fr/actualites/archives/bartolini-mariotti_handbook
- Barton, B. (1996). Making Sense of Ethnomathematics: Ethnomathematics is Making Sense. *Educational Studies in Mathematics*, (31), 201-233.
- Barton, B. (1999a). Ethnomathematics and Mathematics Education: Building an Equitable Future. In Apellido, Inicial Nombre (ed., coord., comp., de la Conferencia). *Proceedings of First International Conference on Ethnomathematics (ICEM1)* [CD Rom]. España: Universidad de Granada.
- Barton, B. (1999b). Ethnomathematics and Philosophy. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 31(2), 54-58.
- Barton, B. (2008a). Cultural and Social Aspects of Mathematics Education: responding to Bishop's challenge (pp.121-133). En: Clarkson, P. & Presmeg, N. (eds.). *Critical Issues in Mathematics Education: major contributions of Alan Bishop*. New York, USA: Springer.
- Berger, P. (1993). *La Construcción Social de la Realidad*. Argentina: Amorrortu editores.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Buenos Aires, Argentina: Ibérica S.A., Paidós, SAICF.

- Blanco, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia. Un programa en construcción. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 49-75.
- Blanco, H. (2008a). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(1), 21-25.
- Blanco, H. (2008b). La Educación Matemática desde un punto de vista sociocultural y la formación de licenciados en matemáticas y etnoeducadores con énfasis en matemáticas. *Boletín de la Asociación Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 4-7.
- Campos, M. D. (1982). Saber mágico, Saber Empírico e outros Saberes na Ilhas dos Búzios (pp.23-32). En: Eulalio, A. (org.). *Caminhos cruzados. Linguagem, Antropologia e Ciências Naturais*. Brasil: Ed. Brasiliense S.A.
- Campos, M. D. (1999). *SULear vs NORTEar: Representações e apropriações do espaço entre emoção, empiria e ideología*. Brasil: Programa de Estudios Interdisciplinares de Comunidades e Ecología Social (EICOS), Instituto de Psicología, UFRJ/UNESCO. Recuperado de: <http://www.sulear.com.br/texto03.pdf>
- Carraher, T., Carraher, D. & Schliemann, A. (1993). *Na vida dez, na escola zero* (3ra ed.). Sao Paulo, Brasil: Cortez.
- Chieus, G. (2009). A braça da rede, uma técnica caiçara de medir. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(2), 4-17.
- Coulon, A. (2005). *La etnometodología*. Madrid, España: Ediciones Cátedra.
- D'Ambrosio, U. (1985a). *Compilación Hilbert Blanco Álvarez. Boletines del Grupo de Estudio Internacional de Etnomatemática (ISGEM)*, 1(1), pág-pág. Recuperado de: <http://etnomatematica.org/isgem.php>
- D'Ambrosio, U. (1985b). Ethnomatematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- D'Ambrosio, U. (1988). Etnomatemática se ensina? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 3(4), 43-46.
- D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: Um Programa, [Ethomathematics: A program]. *Revista Educação Matemática em Ver*, 1(1), 5-11.

- D'ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática: elo entre tradições e modernidade*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica.
- D'ambrosio, U. (2004). *Etnomatemática e educação* (pp. 39-52). En Knijnik, G., Wanderer, F. y Oliveira, C.J. (eds.). *Etnomatemática, currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul. Brasil: Editora da Universidade de Santa Cruz do Sul (EDUNISC).
- D'ambrosio, U. (2011). *Uma Síntese Sociocultural da Historia da Matemática*. Brasil: PROEM.
- D'ambrosio, U. (2012). The program ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis. A Journal of Cosmopolitics/Revue de cosmopolitique (Ghent)*, núm(vol), 3-4, 13-41.
- De Vega, M. (2005). *El arte de navegar de los Polinesios*. Recuperado de: http://www.wikilearning.com/articulo/el_arte_de_navegar_de_los_polinesios-el_arte_de_navegar_de_los_polinesios/7301-1
- Del Castillo, Inicial nombre. & Montiel, Inicial nombre. (2009). *¿Artefacto o instrumento?, esa es la pregunta*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (22), 459-467. Recuperado de: <https://clame.org.mx/uploads/actas/alme22.pdf>
- Deslauriers, J. (2005). *Investigación cualitativa. Guía práctica* (2da ed.). Colombia: Papiro.
- Flores, F. (2008). *Broken Technologies. The Humanist as Engineer*. Lund, Sweden: Editorial.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada, España: Departamento de Didáctica de Matemática, Universidad de Granada.
- François, K. & Kerkhove, B. (2010). Ethnomathematics and the philosophy of mathematics (pp.121-154). En Löwe, B. & Müller, T. (eds.). *PhiMSAMP. Philosophy of Mathematics: Sociological Aspects and Mathematical Practice*. London, England: College Publications.
- Fuenlabrada, I. y Delprato, M. (2005). Tres mujeres adultas y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas. *Educación Matemática*, 17(3), 25-51.
- Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, É., Flores, X., Luci, G., Montoya, S. y Soto-Andrade, J. (2011). *Estrategias cogni-*

- tivas para el cálculo mental. *Revista Latinoamericana de Investigación Matemática*, edición Relime, 14(1), 9-40.
- Garfinkel, H. (2008). *Studies in Ethnomethodology*. Cambridge, UK: Polity Press.
- Gerdes, P. (1994). *Geometría Sona* (Tomo 3). Maputo, Mozambique: Instituto Superior Pedagógico.
- Gerdes, P. (1995). *Women and Geometry in Southern Africa. Some suggestions for further research*. Maputo, Mozambique: Globo.
- Gerdes, P. (2002). *LUSONA. Recreações geométricas de África*. Maputo, Mozambique: Moçambique editora Ltda.
- Gerdes, P. (2010). *Desenhos de Angola. Viver a matemática*. São Paulo, Brasil: Editorial Diáspora.
- Gerdes, P. (2012). A Nuer dance rattle (South Sudan): Plaiting an octahedral shape. *Journal "Visual Mathematics"*, 14(3), pág-pág. Recuperado de: <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/gerdesoct2012/octahedron.pdf>
- Gerdes, P. (2012b). African dance rattle capsules from Cameroon to Madagascar, from Somalia to Mozambique: Plaiting a symmetric, nonahedral shape. *International Journal "Visual Mathematics"* 14(3), pág-pág. Recuperado de: <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/gerdes-november2012/nonahedral.pdf>
- Goetz, J. y Le Compte, M. (1998). *Etnografía y Diseño Cualitativo en Investigación Educativa*. Madrid, España: Morata.
- Goetzfridt, N. (2008). *Pacific Ethnomathematics. A Bibliographic Study*. Honolulu, Hawaii, USA: University of Hawaii Press.
- Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 13-36.
- Knijnik, G. (1999). Ethnomathematics and the Brazilian Landless People Education. *Zentralblatt fur didaktik der Mathematik*, 3(31), 96-99.
- Knijnik, G. (2006). *Educação Matemática, culturas e conhecimento na luta pela terra*. Santa Cruz do Sul, Brasil: Editora da Universidade de Santa Cruz do Sul (EDUNISC).

- Knijnik, G., Wanderer, F., Giongo, I. M. & Glavam, C. (2012). *Etnomatemática em movimento*. São Paulo, Brasil: Autêntica.
- Kula, W. (1980). *Las medidas y los hombres* (3ra ed.). España: Siglo XXI.
- López, A. y Ursini, S. (2007). Investigación en educación matemática y sus fundamentos filosóficos. *Educación Matemática*, 19(3), 91-113.
- Lunkes, A. (2004). Etnomatemáticas: sobre a pluralidade nas significacoes do programa etnomatemática (pp.75-87). En Machado, J., Santos, M. y Ferreira, R. (eds). *Etnomatemática: Papel, valor e significado*. Sao Paulo, Brasil: Zouk.
- Machado, J., Santos, M. & Ferreira, R. (2004). *Etnomatemática: Papel, valor e significado*. Sao Paulo, Brasil: Zouk.
- Mariño, G. (1986). *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular?* Bogotá, Colombia: Dimensión Educativa.
- Miarka, R. (2011). *Etnomatemática: do ôntico ao ontológico* (Tesis doctoral, no publicada). Programa de..., Facultad de..., Departamento de..., Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Brasil. Recuperado de: <http://www.etnomatematica.org/home/?p=1605>
- Morales, M., Aroca, A. y Álvarez, L. (2018). Etnomatemáticas y Educación matemática: análisis a las artesanías de Usiacurí y educación geométrica escolar. *Revista Latinoamericana de Etnomatemáticas* [en prensa].
- Morse, J. (2003). Emerger de los datos: los procesos cognitivos del análisis (p. 447). En Apellido, Inicial nombre (ed., comp., org.,). *Asuntos críticos en los métodos de investigación cualitativa*. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Rabardel, P. (1995a). Qu'est ce qu'un instrument? Appropriation, conceptualisation, mises en situation. *Les dossiers de l'ingénierie éducative*, 61-65.
- Rabardel, P. (1995b). *Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains*. Recuperado de: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01017462>
- Rabardel, P. (2000). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques (pp.203-213). En M. Bailleul (ed.,

- comp., org.,). Actes de la X^{ème} Ecole d'été de didactique des mathématiques. Caen: IUFM.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Relime, Número Especial*, 103-129.
- Radford, L. (2014a). On the role of representations and artefacts in knowing and learning. *Educational Studies in Mathematics*, (85), 405-422.
- Radford, L. (2014b). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- Ramírez, R. (2009). La noción de mediación semiótica en el enfoque constructivista Vygotskiana. *OMNIA*, 15(1), 70-81.
- Rey, M. y Aroca, A. (2011). Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la educación matemática. *Revista U.D.C.A. Actualidad & Divulgación Científica*, 14(1), 137-147.
- Reyes, G. (2002). *Principales teorías sobre desarrollo económico y social y su aplicación en América Latina y el Caribe*. Recuperado de: <https://m.zonaeconomica.com/files/teorias-desarrollo.pdf>
- Rojas, J. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. *Enseñanza de las ciencias*, 33(1), 151-165.
- Trouche, L. (2005a). *Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. Le calcul sous toutes ses forms*. Saint-Flour, France: Académie de Clermont-Ferrand. Recuperado de: http://profmath.uqam.ca/~maheuxjf/cours/doc865m/TroucheArtefactInstruments_partieB.pdf
- Trouche, L. (2005b) Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessite des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25(1), 91-138.
- Vigotsky, L. S. (1930). The instrumental method in psychology. Text of a talk given in 1930 at the Krupskaya Academy of Communist Education. Recuperado de: <https://www.marxists.org/archive/vygotsky/works/1930/instrumental.htm>

- Vygotsky, L. S. (1981). The development of higher mental functions. Recuperado de: https://people.ucsc.edu/~gwells/Files/Courses_Folder/documents/VygotskyHigherMF.pdf
- Vygotsky, L. S. & Luria, A. (1994). Tool and symbol in child development. En: R. van der Veer & J. Valsiner (Eds.). *The Vygotsky Reader* (pp.99-174). Oxford: Blackwell.

Acerca del autor

Armando Aroca Araújo

Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad Popular del Cesar. Magíster en Educación Matemática de la Universidad del Valle. Candidato a Doctor en Educación con énfasis Educación Matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Líder Grupo de Investigación Horizontes en Educación Matemática. Coordinador del Semillero de Investigación Diversidad Matemática. Profesor Asociado de la Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.

armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co